МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Горно-Алтайский государственный университет»
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

Математический анализ

рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 03.03.02_2024_614.plx
03.03.02 Физика
Цифровые технологии в альтернативной энергетике

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **12 ЗЕТ**

Часов по учебному плану 432
в том числе:
аудиторные занятия 278
самостоятельная работа 66,3
часов на контроль 78,35

Виды контроля в семестрах:
экзамены 1, 3
зачеты 2

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	**1 (1.1)**		**2 (1.2)**		**3 (2.1)**		Итого	
Недель	16 1/6		19		16 5/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	50	50	54	54	30	30	134	134
Практические	54	54	54	54	36	36	144	144
Консультации (для студента)	2,5	2,5	2,7	2,7	1,5	1,5	6,7	6,7
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,25	0,25	0,15	0,15	0,25	0,25	0,65	0,65
Консультации перед экзаменом	1	1			1	1	2	2
Итого ауд.	104	104	108	108	66	66	278	278
Контактная работа	107,75	107,75	110,85	110,85	68,75	68,75	287,35	287,35
Сам. работа	1,5	1,5	24,3	24,3	40,5	40,5	66,3	66,3
Часы на контроль	34,75	34,75	8,85	8,85	34,75	34,75	78,35	78,35
Итого	144	144	144	144	144	144	432	432

Программу составил(и):

ст. преподаватель, Ваулин Д. А.

Рабочая программа дисциплины

Математический анализ

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 03.03.02 Физика (приказ Минобрнауки России от 07.08.2020 г. № 891)

составлена на основании учебного плана:

03.03.02 Физика

утвержденного учёным советом вуза от 01.02.2024 протокол № 2.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

кафедра математики, физики и информатики

Протокол от 11.04.2024 протокол № 8

Зав. кафедрой И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2025 г. № __
Зав. кафедрой И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2026 г. № __
Зав. кафедрой И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2027 г. № __
Зав. кафедрой И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2028-2029 учебном году на заседании кафедры
кафедра математики, физики и информатики

Протокол от __ __________ 2028 г. № __
Зав. кафедрой И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	*Цели:* научное обоснование понятий, ранее изученных в школьном курсе; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач
1.2	*Задачи:* - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	
2.1	**Требования к предварительной подготовке обучающегося:**
2.1.1	Математика
2.2	**Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:**
2.2.1	Теория вероятностей и математическая статистика

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;
ИД-1.ОПК-1: Знает основные физические законы и математический аппарат, знаком с естественными науками в необходимом для профессиональной деятельности объеме
Знает основные понятия и теоремы математического анализа, основные методы доказательства теорем.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетен-ции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	Раздел 1. Элементарная математика и теория множеств						
1.1	1. Абсолютная величина. 2. Основные элементарные функции и их графики. Построение графиков путем преобразований. 3. Символика и обозначения. Некоторые замечания о доказательствах. Понятие множества. Операции над множествами. Понятие взаимно однозначного соответствия, эквивалентности, мощности множества (кардинального числа). Свойства счетных и несчетных множеств. Несчетность континуума /Лек/	1	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
1.2	1. Понятие множества. Операции над множествами. 2. Взаимнооднозначное соответствие, эквивалентность, мощность. 3. Счетные и несчетные множества. /Пр/	1	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
1.3	Элементарная математика и теория множеств /Ср/	1	0	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	

	Раздел 2. Действительные числа						
2.1	1. Определение множества действительных чисел. Некоторые общие алгебраические свойства действительных чисел. 2. Аксиома полноты и существования верхней (нижней) грани числового множества. Основные классы действительных чисел (натуральные, целые, рациональные, иррациональные). Геометрическая интерпретация действительного числа. 3. Понятие функции одной переменной. Основные классы функций. /Лек/	1	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
2.2	1. Определение множества действительных чисел. Некоторые общие алгебраические свойства действительных чисел. 2. Аксиома полноты и существования верхней (нижней) грани числового множества. Основные классы действительных чисел (натуральные, целые, рациональные, иррациональные). Геометрическая интерпретация действительного числа. 3. Понятие функции одной переменной. Основные классы функций. /Пр/	1	8	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
2.3	1. Определение множества действительных чисел. Некоторые общие алгебраические свойства действительных чисел. 2. Аксиома полноты и существования верхней (нижней) грани числового множества. Основные классы действительных чисел (натуральные, целые, рациональные, иррациональные). Геометрическая интерпретация действительного числа. 3. Понятие функции одной переменной. Основные классы функций. /Ср/	1	0	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 3. Теория пределов						

3.1	1. Понятие последовательности; задачи, приводящие к понятию предела последовательности, ε-окрестность, геометрический смысл предела. Теоремы об единственности предела и ограниченности сходящейся последовательности. Свойства предела, выраженные неравенствами. 2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Их свойства и взаимосвязь. Арифметические операции над пределами. Монотонные последовательности. Теорема о пределе монотонной последовательности. Число е. 3. Понятие предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность. Геометрический смысл предела. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Односторонние пределы. 4. Свойства предела функции. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение к вычислению пределов. /Лек/	1	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
3.2	1. Вычисление предела последовательности. 2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. 3. Вычисление предела функции. Замечательные пределы. 4. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение к вычислению пределов. /Пр/	1	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
3.3	Теория пределов /Ср/	1	0	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 4. Непрерывные функции						
4.1	1. Непрерывность функции в точке и на множестве. 2. Точки разрыва. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций. 3. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции. /Лек/	1	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
4.2	1. Непрерывность функции в точке и на множестве. 2. Точки разрыва. 3. Односторонние пределы. /Пр/	1	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
4.3	Непрерывные функции /Ср/	1	0	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 5. Дифференциальное исчисление						

5.1	1. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных и основные правила дифференцирования. 2. Дифференциал. Инвариантность формы. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. 3. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Правило Лопиталя. 4. Исследование функций на монотонность, экстремум и выпуклость средствами дифференциального исчисления. 5. Асимптоты. Полное исследование функции и построение ее графика. /Лек/	1	14	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
5.2	1. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Техника дифференцирования. 2. Дифференциал. Производные и дифференциалы высших порядков. 3. Разные задачи на использование производной. Правило Лопиталя. 4. Возрастание и убывание функций. Экстремумы. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Выпуклость, вогнутость, точки перегиба. 5. Полное исследование функции и построение ее графика. /Пр/	1	18	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
5.3	Дифференциальное исчисление /Ср/	1	1,5	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 6. Промежуточная аттестация (экзамен)						
6.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	1	34,75	ИД-1.ОПК-1		0	
6.2	Контроль СР /КСРАтт/	1	0,25	ИД-1.ОПК-1		0	
6.3	Контактная работа /КонсЭк/	1	1	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 7. Консультации						
7.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	2,5	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 8. Неопределенный интеграл						

8.1	1. Первообразная и неопределенный интеграл. 2. Основные методы интегрирования (метод подведения к табличным интегралам). 3. Метод подведения под знак дифференциала. 4. Метод замены переменной. 5. Метод интегрирования по частям. 6. Интегрирование простейших дробей. 7. Интегрирование правильных дробей и рациональных функций. /Лек/	2	20	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
8.2	1. Табличное интегрирование. 2. Подведение под знак дифференциала и замена переменной. 3. Метод замены переменной 4. Интегрирование простейших дробей. 5. Интегрирование по частям. 6. Интегрирование правильных дробей. 7. Интегрирование рациональных функций. /Пр/	2	20	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
8.3	Неопределенный интеграл /Ср/	2	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 9. Определенный интеграл						
9.1	1. Понятие определенного интеграла. Суммы Дарбу. Критерий интегрируемости. 2. Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла. 3. Интеграл с переменным верхним пределом. 4. Формула Ньютона-Лейбница. 5. Методы интегрирования в определенном интеграле. Квадрируемые фигуры. Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат. 6 Площадь плоской фигуры в полярной системе координат и при параметрическом задании кривой. 7. Вычисление объемов тел. Вычисление длины дуги. Площади поверхности тел. Физическое и механическое применение определенного интеграла. 8. Несобственные интегралы. /Лек/	2	20	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
9.2	1. Формула Ньютона-Лейбница. 2, 3. Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат, при параметрическом задании кривой, в полярной системе координат. 4. Вычисление объемов тел. 5. Вычисление длины дуги (в прямоугольной системе координат, при параметрическом задании кривой, в полярной системе координат). 6. Площади поверхности тел. 7. Физическое и механическое применение определенного 8. Несобственные интегралы. /Пр/	2	20	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	

9.3	Определенный интеграл /Ср/	2	10	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 10. Ряды						
10.1	1. Числовые ряды: основные понятия и свойства, необходимый признак сходимости. Критерий сходимости числового ряда. Признаки сходимости знакоположительных рядов. 2. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютно и условно сходящиеся ряды и их свойства. 3. Степенные ряды. Теорема Абеля. Разложение элементарных функций в степенные ряды. /Лек/	2	14	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
10.2	1. Числовой ряд и его сумма. 2. Сходимость знакоположительных рядов. Сходимость знакопеременных рядов. 3. Степенные ряды. Область сходимости. Разложение функций в ряды. /Пр/	2	14	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
10.3	Ряды /Ср/	2	4,3	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 11. Консультации						
11.1	Консультация по дисциплине /Конс/	2	2,7	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 12. Промежуточная аттестация (зачёт)						
12.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	2	8,85	ИД-1.ОПК-1		0	
12.2	Контактная работа /КСРАтт/	2	0,15	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 13. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных						

13.1	1. Функции двух переменных. Области на плоскости. Геометрическое изображение функций двух переменных. Линии уровня 2. Предел и непрерывность функций двух переменных. Свойства непрерывных функций. 3. Функции трех и более переменных. Скалярное поле. 4. Частные производные. Геометрический смысл частных производных. Производная по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 5. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал 6. Дифференцирование сложной функции. 7. Производные и дифференциалы высших порядков. 8. Экстремумы функций двух переменных. Необходимый и достаточный признак экстремума. 9. Наибольшее и наименьшее значения функции. /Лек/	3	16	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
13.2	1. Функции двух переменных. Области на плоскости. Геометрическое изображение функций двух переменных. Линии уровня 2. Предел и непрерывность функций двух переменных. Свойства непрерывных функций. 3. Функции трех и более переменных. Скалярное поле. 4. Частные производные. Геометрический смысл частных производных. Производная по направлению. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. 5. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал 6. Дифференцирование сложной функции. 7. Производные и дифференциалы высших порядков. 8. Экстремумы функций двух переменных. Необходимый и достаточный признак экстремума. 9. Наибольшее и наименьшее значения функции. /Пр/	3	18	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
13.3	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных /Ср/	3	20	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 14. Кратные и криволинейные интегралы						

14.1	1. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Определение двойного интеграла, его свойства. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием. 2. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. 3. Приложения двойного интеграла Понятие тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. 4. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. 5. Приложения тройного интеграла. Задача о работе плоского силового поля. 6. Определение, основные свойства и вычисление криволинейного интеграла I рода. 7. Криволинейные интегралы II рода. 8. Связь между криволинейными интегралами I и II рода. Формула Грина. 9. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. /Лек/	3	14	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
14.2	1. Задание плоской области неравенствами. 2. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием 3. Замена переменной в двойном интеграле. 4. Двойной интеграл в полярных координатах. 5. Понятие тройного интеграла. Вычисление в декартовых, цилиндрических и сферических координатах. 6. Приложения кратных интегралов. 7. Вычисление криволинейного интеграла I и II рода. Связь между криволинейными интегралами I и II рода. 8. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла от пути интегрирования. 9. Приложения криволинейных интегралов. /Пр/	3	18	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
14.3	Кратные и криволинейные интегралы /Ср/	3	20,5	ИД-1.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4 Л1.5Л2.1 Л2.2 Л2.3	0	
	Раздел 15. Консультации						
15.1	Консультация по дисциплине /Конс/	3	1,5	ИД-1.ОПК-1		0	
	Раздел 16. Промежуточная аттестация (экзамен)						
16.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	3	34,75	ИД-1.ОПК-1		0	
16.2	Контроль СР /КСРАтт/	3	0,25	ИД-1.ОПК-1		0	
16.3	Контактная работа /КонсЭк/	3	1	ИД-1.ОПК-1		0	

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Математический анализ.
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме вопросов к экзамену, тестов, коллоквиумов, индивидуальных заданий и контрольных работ.

5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1.

5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Темы письменных работ по данному предмету не предусмотрены.

5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Перечень вопросов к экзамену 1 семестр
1) Множества и операции над ними.
2) Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
3) Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
4) Принцип вложенных отрезков.
5) Теорема о существовании верхней и нижней граней ограниченного множества.
6) Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства.
7) Теорема Больцано-Вейерштрасса
8) Бесконечно малые последовательности и их свойства.
9) Бесконечно большие последовательности и их свойства.
10) Арифметические операции над пределами.
11) Теорема о пределе монотонной последовательности. Число е.
12) Определения предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
13) Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Односторонние пределы.
14) Свойства предела функции.
15) Замечательные пределы.
16) Сравнение бесконечно малых.
17) Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
18) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.
19) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.
20) Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
21) Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
22) Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.
23) Правила дифференцирования.
24) Производная сложной функции.
25) Дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
26) Производные высших порядков.
27) Дифференциалы высших порядков.
28) Теорема Ферма.
29) Теорема Ролля.
30) Теорема Лагранжа.
31) Теорема Коши.
32) Правила Лопиталя.
33) Формула Тейлора.
34) Исследование функций на монотонность.
35) Исследование функций на экстремум.
36) Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.
37) Полное исследование функций и построение графиков.
38) Асимптоты

"Отлично" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может приводить примеры к определениям и теоремам, умеет решать задачи.
"Хорошо" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может решать задачи.
"Удовлетворительно" - студент имеет представления об основных определениях и теоремах.
"Неудовлетворительно" - студент не имеет представления о предмете.

Перечень вопросов к зачету 2 семестр
1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.

6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
16) Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функций.
17) Классы интегрируемых функций.
18) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
19) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
20) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
21) Формула Ньютона-Лейбница.
22) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
23) Квадрируемые фигуры. Площади плоских фигур в различных системах координат.
24) Вычисление объемов тел.
25) Длина дуги в различных системах координат
26) Физическое применение определенного интеграла.
27) Несобственные интегралы 1 рода.
28) Несобственные интегралы 2 рода.
29) Осн. понятия темы «Числовые ряды»
30) Арифметические и геометрические ряды
31) Основные свойства числовых рядов
32) Необходимый признак сходимости
33) Гармонический и обобщенный гармонический ряды
34) Признаки сходимости знакоположительных рядов
35) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов
36) Абсолютно и условно сходящиеся ряды
37) Функциональные последовательности и ряды
38) Степенные ряды. Теорема Абеля
39) Интервал сходимости степенного ряда
40) Разложение в ряд Тейлора функций

Критерии оценивания:
"Зачтено" - студент имеет представления об основных определениях и теоремах.
"Не зачтено" - студент не имеет представления о предмете.

Перечень вопросов к экзамену 3 семестр
1) Функции двух переменных.
2) Области на плоскости.
3) Геометрическое изображение функций двух переменных.
4) Линии уровня.
5) Предел и непрерывность функций двух переменных.
6) Свойства непрерывных функций.
7) Частные производные.
8) Геометрический смысл частных производных.
9) Производная по направлению.
10) Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11) Дифференцируемость функции. Полный дифференциал
12) Дифференцирование сложной функции.
13) Полное приращение функции. Дифференциал и дифференцируемость функции
14) Геометрическая интерпретация производной и дифференциала функции для случая функции двух переменных
15) Дифференцирование сложной функции.
16) Производная по направлению. Градиент
17) Инвариантность формы первого дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях
18) Производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.
19) Производные высших порядков от сложной функции.
20) Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложных функций. Формула Тейлора
21) Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные условия.
22) Наибольшее и наименьшее значения функции
23) Относительные экстремумы. Метод Лагранжа
24) Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
25) Определение двойного интеграла, его свойства.

26)	Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
27)	Замена переменной в двойном интеграле.
28)	Двойной интеграл в полярных координатах.
29)	Приложения двойного интеграла
30)	Замена переменных в тройном интеграле.
31)	Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
32)	Приложения тройного интеграла.
33)	Задача о работе плоского силового поля. Определение криволинейного интеграла I рода.
34)	Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла II рода.
35)	Связь между криволинейными интегралами I и II рода.
36)	Формула Грина.

"Отлично" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может приводить примеры к определениям и теоремам, умеет решать задачи.
"Хорошо" - студент имеет представление об определениях и теоремах, может решать задачи.
"Удовлетворительно" - студент имеет представления об основных определениях и теоремах.
"Неудовлетворительно" - студент не имеет представления о предмете.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 2: учебное пособие для бакалавров 010301 "математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки профиль "Геометр. моделирование, топологические методы и прилож. 030102 "Физика" профиль "Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=291:matematicheskij-analiz-ch-2&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.2	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 3: учебное пособие для бакалавров 010301 "Математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки, "030301" Физика,"профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=290:matematicheskij-analiz-ch-3&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.3	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 4: учебное пособие для бакалавров 010301 "математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки, "030301" Физика,"профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=292:matematicheskij-analiz-ch-4&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.4	Ваулин Д.А., Жукова О.Г., Тулина [и др.] М.И.	Математический анализ. Ч. 1: учебное пособие для бакалавров 010301 "Математика профиль "Общий 020301"Математ. и компьютер. науки; "030301" Физика," профиль Фундаментальная физика 440305 "Пед. обр. профиль "Математ. и информат."	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&view=book&id=321:matematicheskij-analiz-ch-1&catid=5:mathematics&Itemid=163
Л1.5	Гурьянова К.Н., Алексеева У.А., Бояршинов В.В.	Математический анализ: учебное пособие	Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2014	http://www.iprbookshop.ru/66542.html

6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.1: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2006	
Л2.2	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.2: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2006	
Л2.3	Фихтенгольц Г.М.	Курс дифференциального интегрального исчисления. Т.3: в 3-х томах	Москва: Физматлит, 2005	

6.3.1 Перечень программного обеспечения	
6.3.1.1	MikTex
6.3.1.2	WinDjView
6.3.1.3	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.4	MS Office
6.3.1.5	MS WINDOWS
6.3.1.6	NVDA
6.3.1.7	Яндекс.Браузер
6.3.1.8	LibreOffice
6.3.1.9	Moodle
6.3.1.10	РЕД ОС
6.3.1.11	MS Windows
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	
6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	Межвузовская электронная библиотека

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	ситуационное задание	
	лекция-визуализация	
	проблемная лекция	

8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран

9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или

учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.
Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций.Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.
Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.
Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.
Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.
Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.
По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).
Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.
В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.
При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.
Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.
При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).
Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.
Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой

форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.
Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.
Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.
Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП.

Самостоятельная работа обучающихся– это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.
Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательнойпрограммы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).
Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:
- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.
К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля);подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся(текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).
Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихсяпри изучении дисциплины (модуля) определяются:
- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.
Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.
Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.
Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.
Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.
Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).
Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.
Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.
Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.
Первая глава должна иметь обзорно–аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.
Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводится итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.
Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.

1 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Вводный тест по предмету

1. Вычислить $\log_2 72 - 2\log_2 6$.
a) $\log_2 36$;
b) 0;
c) 6;
d) 1.

2. Найти значение выражения $\sin x - \cos x + 3ctgx$ при $x = \frac{\pi}{4}$
a) 1;
b) 9;
c) 3;
d) 0,5.

3. Найти корень уравнения $16^x + 3 \cdot 4^x - 4 = 0$
a) 0;
b) 2;
c) 1;
d) 4.

4. Найти больший корень уравнения $|5 - 2x| = 3$
a) 4;
b) 8;
c) 1;
d) 3.

5. На сколько процентов увеличится площадь квадрата, если его сторону увеличить на 20%?
a) 20%;
b) 44%;
c) 18%;
d) 40%.

6. Сколько корней уравнения $\sin 4x = 0$ содержится в промежутке $[0, \pi]$?
a) 2;
b) 3;
c) 4;
d) 5.

7. Найти наибольшее значение функции $y = x^2 + 4$ на отрезке $[-1, 2]$.
a) 5;
b) 4;
c) 8;
d) 13.

8. Чему равна сумма квадратов корней уравнения $2x^2 - 6x - 15$?
a) $\sqrt{39}$;
b) 24;
c) 9;
d) 36.

9. Первая труба наполняет бассейн за 9 часов, а вторая – за 18 часов. За сколько часов наполнят этот бассейн две трубы вместе?
a) 11;
b) 6;
c) 4,5;
d) 27.

10. Вычислить $tg\frac{\pi}{12} + ctg\frac{\pi}{12}$.
a) 4;
b) 2;
c) -1;
d) 1.

11. Найти наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству $\frac{3}{\sqrt{x-5}-\sqrt{10-x}} \geq 0$.
a) 5;
b) 3;
c) 10;
d) 4.

12. Найти среднее арифметическое корней уравнения $|2x - 5| = 3$.
a) 5;
b) 2,5;
c) 4,5;
d) 4.

13. Вычислить $\frac{\sin 15^0 \cos^1 5^0}{\sin 150^0}$.
a) 0,5;
b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;
c) -0,5;
d) 1.

14. Чему равна площадь равностороннего треугольника, если радиус вписанной в него окружности равен 2?
a) $12\sqrt{3}$;
b) $4\sqrt{2}$;
c) 4;
d) $\sqrt{3}$.

15. Площадь поверхности куба равна 54. Найти объем куба.
a) 144;

b) 18;
c) 81;
d) 27.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
84-100% ответов на задания теста	"Отлично"
66-83% ответов на задания теста	"Хорошо"
50-65% ответов на задания теста	"Удовлетворительно"
менее 50% ответов на задания теста	"Неудовлетворительно"

Ключи к тесту

Номер	Ответ
1	d
2	c
3	a
4	a
5	b
6	d
7	c
8	b
9	b
10	a
11	c
12	b
13	a
14	a
15	d

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

I. Найдите x, удовлетворяющее соотношениям:

В.1. 1. $|x^2 - 3x - 18| < 2x^2 - x$ 2. $|x^2 - 5x + 6| = -x^2 + 5x - 6$

В.2. 1. $|x + 3| - |x + 1| < 2$ 2. $\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right| = \dfrac{x-1}{x+1}$

В.3. 1. $|x| < x + 1$ 2. $|x^2 - 3x - 4| = x^2 - 3x - 4$

В.4. 1. $|x^2 - 3x - 4| > x^2 - 3x - 4$ 2. $|x| = x + 1$

В.5. 1. $\log_2 |5x - 3| > 1$ 2. $4 \cdot |x| = x^2 - 5$

В.6. 1. $|6x^2 - 2x + 1| \leq 1$ 2. $x^2 + 5 \cdot |x| - 24 > 0$

В.7. 1. $|3x - 1| + |2x - 3| - |x + 5| < 2$ 2. $|x^2 - 3x - 1| = -x^2 + 3x + 1$

В.8. 1. $\left|\dfrac{x^2 - 3x - 1}{x^2 + 3x + 1}\right| \leq 3$ 2. $|x + 3| - |x + 1| > 2$

В.9. 1. $|x^2 - 5x + 6| = -x^2 + 5x - 6$ 2. $|x - 1| = x + 1$

В.10. 1. $|x| > x + 1$ 2. $|x^2 - 5x + 6| = x^2 - 5x + 6$

В.11. 1. $|x^2 - 2x - 3| > x^2 - 2x - 3$ 2. $|x| > x - 1$

В.12. 1. $|2x + 1| + |x| < 2$ 2. $|x + 3| + |2x - 1| = 8$

В.13. 1. $|3 - x^2| \geq x^2 - 3$ 2. $|5 - x| = 2\,(2x - 5)$

В.14. 1. $\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right| > 2$ 2. $|5 - 2x| + |x + 3| = 2 - 3x$

В.15. 1. $|x^2 + 2x - 3| \geq x^2 + 2x - 3$ 2. $|x - 2| - |5 + x| = 3$

II. Найдите область определения функции:

В.1. 1. $y = \sqrt{x+2} + \lg\,(9 - x^2)$ 2. $y = \sqrt[6]{1 + 2\cos 2x}$

В.2. 1. $y = \sqrt{3 - x^2} + \lg\,(x + 1)$ 2. $y = \dfrac{1}{\sqrt{tgx - 1}}$

В.3. 1. $y = \sqrt{x^2 - 2x - 15} + \log_3\,(-x)$ 2. $y = \log_{\mathrm{tg}x} \sin x$

В.4. 1. $y = \sqrt{8\cos^2 x - 6\cos x + 1}$ 2. $y = \log_{\cos x} \sin 2x$

В.5. 1. $y = \log_{\frac{1}{2}} \log_{\frac{1}{4}} \log_{\frac{1}{8}} x$ 2. $y = \sqrt[4]{1 - 2\sin x}$

В.6. 1. $y=\sqrt{\sin^2 x-\frac{1}{2}}$ 2. $y=\sqrt{3x^2+2x-1}+\dfrac{1}{lg(2-x)-1}$

В.7. 1. $y=\sqrt{4-x^2}+\log_3(1-x)$ 2. $y=\log_x\cos x$

В.8. 1. $y=\sqrt{x^2-6x+8}+\dfrac{1}{\log_5(4-x)-1}$ 2. $y=\log_x\sin x$

В.9. 1. $y=\sqrt{2\cos x-\sqrt{3}}$ 2. $y=\log_{\sin x}\sin 2x$

В.10. 1. $y=\sqrt{x}+\sqrt[3]{\dfrac{1}{x-2}}-\lg(2x-3)$ 2. $y=\arccos\dfrac{2x}{1+x}$

В.11. 1. $y=\sqrt{9-x^2}+\lg\dfrac{x+1}{x-2}$ 2. $y=\arcsin\left(\lg\dfrac{x}{10}\right)$

В.12. 1. $y=\sin\lg\dfrac{1}{2x-1}$ 2. $y=\sqrt{\sin 2x}$

В.13. 1. $y=\lg\sin(x-3)+\sqrt{16-x^2}$ 2. $y=\arcsin(2+3^x)$

В.14. 1. $y=\lg\dfrac{x^2-3x+2}{x+1}$ 2. $y=\sqrt{3-x}+\arccos\dfrac{x-2}{3}$

В.15. 1. $y=\lg\dfrac{2+x}{2-x}$ 2. $y=\arcsin(\sin x)$

III. Пользуясь определением предела последовательности, доказать равенство:

В.1. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+n}{n}=1$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}2^n=\infty$

В.2. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2n}{4n}=\dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\ln\dfrac{1}{n}=-\infty$

В.3. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+2n}{n}=2$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\log_2 n=\infty$

В.4. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+n}{2n}=\dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\lg\dfrac{1}{n}=-\infty$

В.5. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^2-n}{2n^2+5n-4}=\dfrac{3}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n+1}=\infty$

В.6. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+3}{3n}=\dfrac{1}{3}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n=0$

В.7. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+1}{5n}=\dfrac{2}{5}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}2^{-n}=0$

В.8. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n-1}{2n+5}=\dfrac{3}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}(2n-n^3)=-\infty$

В.9. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-3}{4n+5}=\dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{1+n^2}}{n^2}=0$

В.10. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6n}{2n+1}=3$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}(3n+5)=\infty$

В.11. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{2n+1}=1$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{2n+1}=0$

В.12. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-1}{4n}=\dfrac{1}{4}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}5^{-n}=0$

В.13. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n+1}{2n}=\dfrac{5}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}5^{n}=\infty$

В.14. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+5}{2n+1}=1$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{6}{2n-1}=0$

В.15. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+2}{3n+1}=\dfrac{1}{3}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\ln n=\infty$

IV. Вычислить:

В.1. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt{n^2+2n+2}+2n}{3n+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{n^2}+\dfrac{2}{n^2}+\ldots+\dfrac{n+1}{n^2}\right)$

В.2. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-3}{n+2}\right)^{2n+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+\ldots+(2n+1)}{n^3}$

В.3. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+2}-\sqrt{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2+4+\ldots+2n}{n^2}$

В.4. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+3n+2}{4n^2+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{5n+1}-\sqrt{n+2}\right)$

В.5. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2+1}{3n+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+4+7+\ldots+(3n-2)}{n^2}$

В.6. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2^2}+\ldots+\dfrac{1}{2^n}\right)$

В.7. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n\,(n+3)\,(n+6)}{n^3}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+2+2^2+\ldots+2^n\right)$

В.8. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{a}+\sqrt[n]{b}}{2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1-\dfrac{3}{n+1}\right)^{n+1}$

В.9. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}\sin\left(2n^2+1\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3^2}+\ldots+\dfrac{1}{3^n}\right)$

В.10. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2+2n+5}{n^2+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+3+3^2+\ldots+3^n\right)$

В.11. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3n^4+2n^2+3}{2n^4-n^3+2}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n\cos n^2$

В.12. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^4+3n^2+1}{n^3+1}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n\cos 2n$

В.13. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2+n+4}{3n^2+n}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3^{2n-1}+2}{3^{2n}+1}$

В.14. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{7}+\frac{1}{7^2}+\ldots+\frac{1}{7^n}\right)$

В.15. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n+1}-\sqrt[3]{n}\right)$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{3+7+\ldots+(4n-1)}{n^2}$

В.16. 1. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(a^{\frac{1}{n}}+a^{-\frac{1}{n}}-2\right)n^2$ 2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+(-1)^n}{n-(-1)^n}$

V. Пользуясь "$\varepsilon-\delta$" определением предела функции, доказать равенство:

В.1. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1}=2$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{4+x^2}=0$

В.2. 1. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-x}{1+x}=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{1+x^2}=0$

В.3. 1. $\lim\limits_{x\to1}\sin x=\sin 1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^x=0$

В.4. 1. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{3x}{x+2}=1$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{3+x}{x}=\infty$

В.5. 1. $\lim\limits_{x\to2}(1-2x)=-3$ 2. $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{1}{(x-3)^2}=\infty$

В.6. 1. $\lim\limits_{x\to0}\cos 2x=1$ 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=\infty$

В.7. 1. $\lim\limits_{x\to3}(3x-5)=4$ 2. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1}{(x-1)^2}=\infty$

В.8. 1. $\lim\limits_{x\to4}2x=8$ 2. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{1}{x-2}=\infty$

В.9. 1. $\lim\limits_{x\to4}\sqrt{1+2x}=3$ 2. $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{x^2}=\infty$

В.10. 1. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\sin x=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{2+x^2}=0$

В.11. 1. $\lim\limits_{x\to4}(2x+2)=10$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{1+x^2}=0$

В.12. 1. $\lim\limits_{x\to2}(2x-3)=1$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\log_2 x^2=\infty$

В.13. 1. $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x+1}{5x+4}=\dfrac{1}{2}$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{3+x^2}=0$

В.14. 1. $\lim\limits_{x\to1}(4x-1)=3$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\ln x^2=\infty$

В.15. 1. $\lim\limits_{x\to2}(x^2-1)=3$ 2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^x=0$

VI. Вычислить:

B.1. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{1-x^2}-x\right)$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-\sin x}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1-\operatorname{tg} x\right)}{2^{sinx}-1}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x-1}\right)^{2x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln\operatorname{tg} x}{\cos 2x}$

B.2. 1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{3x^2-3}{x^2-2x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x-2}-1}{(x-1)\cdot\left(x^2+1\right)}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{\cos x}}{1-\cos\sqrt{x}}$

4. $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x+1}{2x+5}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}-1}{\operatorname{tg}2x}$

6. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin x}{x+\cos x}$

B.3. 1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{6\left(\sqrt{x+6}-3\right)}{x^3-27}$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{6x}{x^4-3^4}-\dfrac{6}{x^2-9}\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 0}x\operatorname{tg}\left(\dfrac{\pi}{2}-x\right)$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+3x\right)}{\operatorname{arctg} x}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\ln\operatorname{tg} x}{1-\operatorname{ctg} x}$

B.4. 1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}x^3\operatorname{ctg}^2\dfrac{x}{3}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\ln\left(1+e^{-3x}\right)}{\ln\left(1-e^{-2x}\right)}$

4. $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\dfrac{2x+1}{x}\right)^{x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(\arcsin\sqrt{x}\right)^3}{1-e^{3x\sqrt{x}}}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\operatorname{tg}^2 2x\ln\sin 2x$

B.5. 1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-2x^2-5x+6}$

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{3+x}-x\right)$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 2x+\operatorname{arctg}3x}{x^2+5x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\sin x}-1}{\operatorname{tg}2x}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(1+\operatorname{ctg}x\right)^{\operatorname{tg}x}$

B.6. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4x-12}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2-\cos x}-1}{x\operatorname{tg}3x}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x^2+1}{x^2+4}\right)^{x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\left(1+4x\right)}{\sin x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(e^{-3x+1}-e\right)x}{\sin^2 2x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\operatorname{tg} x\ln(\sin x)$.

B.7. 1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{4x^5+9x+7}{3x^6+x^3+1}$

2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{10-x}-2}{x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos^3 x}{x\sin 2x}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+8}{3x-1}\right)^{2x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{1-\cos 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{1+\sin 2x}-1}{(1+3x)^3-1}$.

B.8. 1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{5x^2-5}{x^2-2x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt[3]{x}+1}{x+1}$

3. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x-\sin x+1}{\cos x+\sin x-1}$

4. $\lim\limits_{x\to \pm\infty}\left(\dfrac{3x+1}{2x+9}\right)^{x-5}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-\mathrm{tg}x)}{x^{\mathrm{tg}x}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-e^{3x}}{\mathrm{tg}\dfrac{3}{2}x}$.

B.9. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^3-\sin^2 x}-1}{1-\cos x}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{2x+3}-1}{\sqrt{5+x}-x}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^5 x}{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+3x)}{\sin 6x}$

5. $\lim\limits_{x\to \infty}(x+2)\cdot(\ln(2x+1)-\ln(2x-1))$

6. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+3}{x^3-2x^2-5x+6}$

B.10. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\left(\dfrac{x^3}{3x^2-4}-\dfrac{x^2}{3x+2}\right)$

2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x-1}-\sqrt{2}}{x^2-9}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{x}$

4. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln\left(2+e^{3x}\right)}{\ln\left(3+e^{2x}\right)}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[3]{8+8x+x^2}-2}{\sqrt{1-3x}-1}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\left(e^{x^2}-1\right)\cos x}{\sin x+x^3}$

B.11. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{(x-3)^3-(x-2)^2}{2x^3+4x-3}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{3x^2}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x\sin x}-1}{x^2}$

4. $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{6}{x^2-9}\right)$

5. $\lim\limits_{x\to 1}(1+\sin\pi x)^{\mathrm{ctg}\pi x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{\ln\cos 4x}$

B.12. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{2x^4+5x^2-3}{5x^4-2x^3-4x}$

2. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{3-\sqrt{x+11}}{2-\sqrt{x+6}}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+\mathrm{tg}x}{x+\sin x}\right)^{\sin^{-3}x}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}x-\sin x}{\sin^3 x}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt[5]{1+6x}-\sqrt[3]{1+2x}}{x}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 5x}{\ln\cos 6x}$

B.13. 1. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{3-7x^2+5x^3}{2+2x-x^3}$

2. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$

3. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{\sqrt{9+x}-2}{\sqrt{4-x}-3}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$

5. $\lim\limits_{x\to e}\dfrac{\ln x^2-2}{x^2-e^2}$

6. $\lim\limits_{x\to \infty}\dfrac{\ln(3+e^x)}{\ln\left(10+e^{6x}\right)}$

В.14. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4+5x^2-3x^5}{8-6x-x^3}$

2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$

3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{2-\sqrt{5-x}}{3-\sqrt{8+x}}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1+\mathrm{tg}x}{1+\sin x}\right)^{\frac{1}{\sin x}}$

5. $\lim\limits_{x\to\infty}(3x+5)(\ln(x+5)-\ln x)$

6. $\lim\limits_{x\to\pi}\dfrac{\sin 10x}{\pi^2-x^2}$

В.15. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}$

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt[3]{1+4x}}{x}$

3. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5\cdot\sqrt[9]{x}-9\cdot\sqrt[5]{x}+6\cdot\sqrt[6]{x}}{\sqrt[5]{x}-\sqrt[9]{x}+\sqrt[6]{x+1}}$

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\cos\dfrac{\pi}{x}+\sin\dfrac{e}{x}\right)^x$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos 2x}{1-\cos 3x}$

6. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^4+10x^3+26x^2+10x+25}{x^5+10x^4+25x^3}$

В.16. 1. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+3}{x^4-4}$

2. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-2x-3}{x^3+1}$

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+\sin 2x}-1}{(1+2x)^3-1}$

4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 5x-\cos^3 5x}{\mathrm{tg}^4\sqrt{3x}}$

5. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+1}{2x}\ln\dfrac{x+3}{x+9}$

6. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(1+\mathrm{ctg}x)^{\mathrm{tg}x}$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

I. Пользуясь определением производной, найти производную функции:

В.1. $y = \sin(2x+1)$;

В.2. $y = \mathrm{tg}^2 x$;

В.3. $y = \cos^2 x$;

В.4. $y = 5^{x-1}$;

В.5. $y = \sqrt{\sin x}$;

В.6. $y = \mathrm{tg} 3x + 2$;

В.7. $y = \ln(7x-1)$;

В.8. $y = \sqrt[3]{x-5}$;

В.9. $y = \dfrac{1}{x^2}$;

В.10. $y = \sqrt{x}$;

В.11. $y = \sqrt{x^2-3}$;

В.12. $y = e^{5x+1}$;

В.13. $y = \sqrt{\mathrm{ctg} x}$;

В.14. $y = \dfrac{1}{x^2+3}$;

В.15. $y = \dfrac{1}{2x-x^2}$.

II. Применяя формулы дифференцирования, найти производные следующих функций:

В.1.
1. $y = \ln \mathrm{arctg} \dfrac{1}{1+x^2}$;
2. $y = \dfrac{1-x^2}{4-x^2}$;
3. $y = \cos x \left(1 + \cos^{-1} x + \mathrm{tg} x\right)\left(1 - \cos^{-1} x + \mathrm{tg} x\right)$.
4. $y = \sin^3 \cos 3x$;

В.2.
1. $y = \ln\left(3x + \sqrt{9x^4+1}\right)$;
2. $y = \mathrm{arctg}\, \dfrac{2x^4}{1-x^8}$;
3. $y = \dfrac{(x+1)^2}{2-x}$;
4. $y = \dfrac{\mathrm{ctg}\,(270^\circ - x)\left(\mathrm{ctg}^2\,(360^\circ - x) - 1\right)}{\left(1 - tg^2\,(x - 180^\circ)\right)\mathrm{ctg}\,(180^\circ + x)}$.

В.3.
1. $y = \ln\left(x\left(x^4+4\right)\right)$;
2. $y = x\sqrt{4-x^2}$;
3. $y = \dfrac{e^x - e^{-x}}{\sin x^2}$;
4. $y = e^{-x^2} \cos^3(2x+3)$.

В.4.
1. $y = \ln\left(x^2 + \sqrt{x^4+1}\right)$;
2. $y = (\mathrm{tg} 2x)^{\sin 3x}$;
3. $y = e^x \sin\sqrt{x^2+1}$;
4. $y = \dfrac{x^2 \ln^2 \mathrm{tg} x}{\ln \sin^2 2x}$.

В.5.
1. $y = b \arcsin \frac{x}{b} - \sqrt{b^2-x^2}$;
2. $y = x + e^{-x}$;
3. $y = \dfrac{\sin^2\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) - \cos^2\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}{\mathrm{tg}^2\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right) - \mathrm{ctg}^2\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}$;
4. $y = e^{-x^2} \cos^2(3x+1)$.

В.6.
1. $y = \sin^3 5x \cdot {}^5 3x$;
2. $y = x^3 + y^3 + 3xy$;
3. $y = \dfrac{x \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln\sqrt{1-x^2}$;
4. $y = \sqrt[3]{1-x^3}$.

В.7. 1. $y = x\text{arctg}^3 5x + \ln \text{tg} x$;

2. $y = (\sin 3x)^{\sqrt{x}}$;

3. $y = \sqrt[5]{x + x\sqrt[3]{x}}$;

4. $x^2 y - y^2 x + (x-y)^2 = 0$.

В.8. 1. $y = \text{tg}^3 x\, \text{tg} 3x$;

2. $y = (\arcsin x)^{\ln x}$;

3. $y = \sqrt[3]{\dfrac{1+\sin 3x}{3+2\sin 2x}}$;

4. $(y^2 - x^2)^3 - x^2 y - y - x = 0$.

В.9. 1. $y = e^{-x^2} \cos^3 (2x-3)$;

2. $y = \ln\left(x^2 + \sqrt{x^2+1}\right)$;

3. $x + y + \text{arctg} 3x + \arcsin 2y = 0$;

4. $y = \dfrac{\sqrt{1+3x^2}}{2+3x^2}$.

В.10. 1. $y = x\arcsin 2x + \text{arctg}^3 3x$;

2. $y = (\text{tg} x)^{\text{ctg} x}$;

3. $y\ln x - x\ln y = \ln xy$;

4. $y = \dfrac{\sqrt{1+\cos^3 x}}{1+\sin 3x}$.

В.11. 1. $y = \dfrac{x\ln x}{1-x^2}$;

2. $y = \ln\left(3x^2 + \sqrt{9x^4+1}\right)$;

3. $y = \text{arctg}\dfrac{2x^4}{1-x^8}$;

4. $y = x^{\arcsin\sqrt{x}}$.

В.12. 1. $y = \ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$;

2. $y = \arcsin\dfrac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$;

3. $y = 2x^{\sqrt{x}}$;

4. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 1$.

В.13. 1. $y = \sqrt{\dfrac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}}$;

2. $y = \text{tg}^3 6x - e^{\frac{1}{x}}$;

3. $y = e^{-\cos^4 5x}$;

4. $\sqrt{\dfrac{y}{3}} + \sqrt{\dfrac{x}{3}} = 1$.

В.14. 1. $y = x\sqrt[3]{\dfrac{1+x}{1-x}}$;

2. $y = x\arcsin\dfrac{2x+1}{3}$;

3. $y = (\sin 3x)^x$;

4. $x^3 + y^3 + 3xy = 0$.

В.15. 1. $y = \sin^3 5x\, \cos^5 3x$;

2. $y = \left(\dfrac{2}{27x} - \dfrac{1}{9x^2}\right)\sqrt{3x+x^2}$.

III. Пользуясь понятием дифференциала, найти приближенное значение функции в указанной точке:

В.1. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+10}}, \quad x = 2,9$;

В.2. $f(x) = \text{arctg} x, \quad x = 1,05$;

В.3. $f(x) = \ln(1+x), \quad x = 0,01$;

В.4. $f(x) = \sqrt[5]{32-x}, \quad x = 1$;

В.5. $(x) = \sqrt[4]{16-x}, \quad x = 0,2$;

В.6. $f(x) = \text{tg}\, x, \quad x = 45°4'$;

В.7. $f(x) = \sin x, \quad x = 60°3'$;

В.8. $f(x) = \sqrt[5]{\dfrac{2-x}{2+x}}, \quad x = 0,02$;

В.9. $f(x) = \sqrt{\dfrac{4-x}{1+x}}, \quad x = 3,02$;

В.10. $f(x) = \sqrt{9-x}, \quad x = 0,24$;

В.11. $f(x) = \sin x, \quad x = 60°12'$;

В.12. $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{1+x^2}\right)$, $x = 0,2$;

В.13. $f(x) = (x-3)^2 (x-2)^3 (x-4)$, $x = 4,001$;

В.14. $f(x) = \arcsin x$, $x = 0,54$;

В.15. $f(x) = \lg \dfrac{1+x}{1-x}$, $x = \dfrac{10}{12}$;

IV. Разные задачи:

В.1. Доказать, что уравнение $x^5 + x^4 + x^2 + 10x - 5 = 0$ имеет только один положительный корень, лежащий в интервале $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$.

В.2. Доказать неравенство: $\sin x > x - \dfrac{x^3}{6}$ при $x > 0$.

В.3. Показать, что уравнение $x^3 - 3x + c = 0$ не может иметь двух различных вещественных корней в интервале $(0,\ 2)$.

В.4. В формуле Лагранжа $f(b) - f(a) = f'(c) \cdot (b-a)$ найти точку для функции $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$ на отрезке $[0,\ 2]$.

В.5. Доказать, что уравнение $x^3 - 3x^2 + 6x + 1 = 0$ имеет единственный действительный корень. Установите интервал, в котором содержится этот корень.

В.6. Доказать неравенство: $\arcsin x > x + \dfrac{x^3}{6}$ при $0 < x < 1$.

В.7. Доказать неравенство: $\ln(1+x) > x - \dfrac{x^2}{2}$ при $x > 0$.

В.8. Доказать неравенство: $\ln(1+x) > \dfrac{\mathrm{arctg} x}{1+x}$ при $x > 0$.

В.9. Доказать, что единственный положительный корень уравнения $x^2 + px + q$, где $p > 0$, $q > 0$ содержится в интервале $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$.

В.10. Доказать неравенство: $\cos x > 1 - \frac{1}{2}x^2$ при $x > 0$.

В.11. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = \dfrac{x}{4+x^2}$ параллельной прямой $4y = x - 1$.

В.12. Запишите уравнение касательной к графику функции $f(x) = (x-1)^2 (x-3)^2$ параллельной прямой $y = 5 - 12x$.

В.13. Под каким углом к оси абсцисс наклонена касательная к графику функции $f(x) = 0,5x^2 + x - 1,5$ в точке его с абсциссой $x_0 = 2$. Напишите уравнение касательной и выполните рисунок к задаче.

В.14. Найдите скорость точки, движущейся прямолинейно по закону $S(t) = 2t^3 + 4\sin\dfrac{\pi t}{2}$ в момент времени $t = 1$, если путь S измеряется в сантиметрах.

В.15. Доказать, что касательная к параболе $y = -x^2 + 2x - 3$ в точке $x = 1$ наклонена к оси абсцисс под углом 0°.

V. Пользуясь правилом Лопиталя, найти:

B.1. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\mathrm{ctg}x\ln(x+e^x)$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty}(e^x-x^2)$;

3. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{a^x-x^a}{x-a}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}(\ln(x+1))^{\frac{1}{x}}$.

B.2. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}x^\alpha e^{-x}$;

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\mathrm{tg}x)^{\sin 2x}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}2x-\ln(1+2x)}{x^2}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{\mathrm{ctg}x}{x}\right)$.

B.3. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{\mathrm{tg}x}-e^x}{\mathrm{tg}x-x}$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos x)^{\mathrm{ctg}^2 x}$;

4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\pi x}{2}\ln(1-x)$.

B.4. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{\sin^2 5x}$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}x\,\mathrm{ctg}\pi x$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$.

B.5. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\arcsin x\,\mathrm{ctg}x$;

2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\mathrm{tg}\dfrac{\pi}{2}x}{\ln(1-x)}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2}-\mathrm{ctg}^2 x\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)^{\cos x}$.

B.6. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{\ln\left(\dfrac{\pi}{2}-\mathrm{arctg}x\right)}$;

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\ln x-\sqrt{x})$;

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)\,\mathrm{tg}x$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}x^\alpha\ln x,\ \alpha>0$;

B.7. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e-(1+x)^{\frac{1}{2}}}{x}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(x+2^x)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}x^{\frac{1}{\ln(1+e^x)}}$.

B.8. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-x\cos x}{\sin^3 x}$;

2. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\mathrm{tg}x-\dfrac{1}{1-\sin x}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to 1}\ln x\ln(1-x)$;

4. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{2}{\pi}\mathrm{arctg}\,x\right)^x$;

B.9. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x(1+x)}-\dfrac{\ln(1+x)}{x^2}\right)$;

2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\pi-\mathrm{arctg}x)\ln x$;

4. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\mathrm{tg}x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

B.10. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\left(x^3-3\right)}{x^2+3x-10}$;

2. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2\ln x}{x}$;

3. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\left(\dfrac{x}{\mathrm{ctg}x}-\dfrac{\pi}{2\cos x}\right)$;

4. $\lim\limits_{x\to 0+0}\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\mathrm{tg}x}$.

В.11. 1. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-x}$;

2. $\lim\limits_{x\to0} (e^x+x)^{\frac{1}{x}}$;

3. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{\ln\left(x^2-8\right)}{x^2-4x+3}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$.

В.12. 1. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{a^x-b^x}{x\sqrt{1-x^2}}$;

2. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\ln\left(x^2-2x+2\right)}{x^2-3x+2}$;

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} (x+3^x)^{\frac{1}{x}}$;

4. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{a\sqrt{x}}-1}{\sqrt{\sin bx}}$.

В.13. 1. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{\sin x}-e^x}{\sin x - x}$;

2. $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{\ln\left(x^2-3\right)}{x^2+x-2}$;

3. $\lim\limits_{x\to0+0} (\ln(x^2+e))^{\frac{1}{x^2}}$;

4. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sqrt{x^2-1}}{e^x-1}$.

В.14. 1. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x^2}-1}{\cos x-1}$;

2. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x^3}-1-x^3}{\sin^6 2x}$;

3. $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\dfrac{a}{x}$;

4. $\lim\limits_{x\to1} \left(\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{\ln x}\right)$.

В.15. 1. $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt[3]{(a+x)(b+x)(c+x)}-x\right)$;

2. $\lim\limits_{x\to0} \left(\mathrm{ctg}x-\dfrac{1}{x}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln x}{\ln\sin x}$;

4. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} (\mathrm{tg}x)^{2x-\pi}$.

VI. Задача на нахождение наименьшего и наибольшего значения функции

В.1. Определить наибольшую площадь равнобедренного треугольника, вписанного в круг радиуса R.

В.2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y=e^{\frac{(x-1)^2}{2}}$ на отрезке $[-2,\ 1]$.

В.3. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак емкостью V. При каком радиусе основания на изготовление бака уйдет наименьшее количество материала?

В.4. Найдите отношение высоты к радиусу основания конуса, который при заданном объеме имеет наименьшую боковую поверхность.

В.5. Требуется изготовить коническую воронку с образующей ℓ. Каков должен быть радиус основания воронки, чтобы ее объем был наибольшим?

В.6. В полушар радиуса R вписан конус так, что вершина конуса лежит в центре полушара. При каком радиусе основания этот конус будет иметь наибольший объем?

В.7. Число 24 представьте в виде суммы трех положительных слагаемых так, чтобы одно слагаемое было в три раза больше другого, а произведение всех трех слагаемых было наибольшим.

В.8. В эллипс $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ вписать прямоугольник наибольшей площади со сторонами, параллельными осям эллипса.

В.9. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.

В.10. Из всех прямоугольников, имеющих периметр 2, найти тот, площадь которого наибольшая.

В.11. Из данного круга вырезать такой сектор, чтобы свернув его получить конус наибольшего объема.

В.12. Найти наибольший объем конуса, имеющего данную образующую ℓ.

В.13. В конус с радиусом основания r и высотой h вписать цилиндр наибольшего объема.

В.14. На какой высоте над центром круглого стола радиуса R следует повесить электрическую лампочку, чтобы освещение края стола было наибольшим? (Освещенность выражается формулой $I=c\frac{\cos\varphi}{r^2}$, где φ – угол падения луча, r – расстояние от источника света, с – постоянная.)

В.15. Через какую точку эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ следует провести касательную, чтобы площадь треугольника, составленного этой касательной и осями координат, была наименьшей?

VII. Провести полное исследование и построить график функции:

В.1. $y=\ln\left(x^2+4x\right);$

В.2. $y=\frac{x^4}{x^3-1};$

В.3. $y=x^2-2\ln x;$

В.4. $y=\ln\left(x^2-4x+8\right);$

В.5. $y=\frac{e^x}{e^x-1};$

В.6. $y=\frac{2x^2}{4x^2-1};$

В.7. $y=x^2\,e^{-x};$

В.8. $y=x-\sqrt[3]{x^2};$

В.9. $y=\frac{x^2-x-1}{x^2-2x};$

В.10. $y=\frac{4x^3}{x^2-1};$

В.11. $y=2x\ln x;$

В.12. $y=e^{2x-x^2};$

В.13. $y=\frac{x-1}{x^2-2x};$

В.14. $y=e^{\frac{1}{3-x}};$

В.15. $y=\frac{2-4x^2}{1-4x^2}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

по дисциплине Математический анализ

Определения

Принадлежность элемента множеству, равные множества, пустое множество, подмножество, объединение множеств, пересечение множеств, непересекающиеся множества, разность множеств, пара элементов, упорядоченная пара элементов, произведение множеств, функция, множество определения функции, множество значения функции, график функции, аргумент, зависимая переменная, образ элемента, прообраз элемента, инъективное отображение, сюръективное отображение, биективное отображение, взаимно однозначное отображение, образ подмножества, прообраз подмножества, сужение функции, константа, однозначная функция, многозначная функция, суперпозиция функций, обратная функция.

Аксиомы Пеано (1-4), множество натуральных чисел, операция сложения в множестве N, операция вычитания в множестве N, определение множества N0, конечное множество, бесконечное множество, последовательность, рациональное число, коммутативный закон сложения и умножения, ассоциативный закон сложения и умножения, существование нейтрального элемента по сложению и умножению, существование обратного элемента по сложению и умножению, дистрибутивный закон, свойство упорядоченности, множество действительных чисел. Сечение в R. Расширенная числовая прямая. Отрезок (с примером). Интервал (с примером). Полуинтервал (с примером). Внутренность отрезка. Длина отрезка. Бесконечный интервал. Окрестность конечной и бесконечной точки (с примером). Множество ограниченное сверху (с примером), снизу (с примером), ограниченное (с примером). Множество неограниченное снизу (с примером), сверху (с примером). Верхняя грань множества (с примером), нижняя грань множества (с примером). Система вложенных отрезков (с примером). Равномощные множества (с примером). Счетное множество (с примерами). Несчетное множество (с примером).

Утверждения и теоремы

1. Свойства сложения и умножения (1-22).
2. Свойства упорядоченности (1-8).
3. Свойства модуля.
4. Лемма: окрестности двух различных точек не пересекаются.
2. Теорема: всякое ограниченное сверху (снизу) множество имеет точную верхнюю (нижнюю) грань.
3. Свойства верхних и нижних граней.
4. Принцип Архимеда.
5. Следствие принципа Архимеда. (без доказательства)
6. Принцип вложенных отрезков.
7. Лемма о счетном подмножестве бесконечного множества.
8. Лемма о счетности бесконечного подмножества счетного множества.
9. Счетность множества целых чисел (с доказательством).
10 Счетность множества рациональных чисел (с доказательством).
11. Несчетность множества действительных чисел (с доказательством).

12. Теорема об объединении счетного количества счетных или конечных множеств (с доказательством).
13. Теорема о счетности всех конечных подмножеств счетного множества (с доказательством)
14. Счетность множества алгебраических чисел (с доказательством)
15. Несчетность множества всех подмножеств счетного множества.
16. Теорема о верхнем и нижнем десятичном приближении.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

Предел числовой последовательности (определение через окрестности). Предел числовой последовательности (по Коши). Сходящаяся последовательность (с примером). Бесконечно большая последовательность (с примером). Точка, не являющаяся пределом последовательности. Расходящаяся последовательность (с примером). Подпоследовательность (с примером). Ограниченная сверху (с примером), снизу (с примером) последовательность. Ограниченная последовательность (с примером). Неограниченная последовательность (с примером). Монотонная последовательность (с примером). Число e. Частичный предел. Фундаментальная последовательность. Сумма, разность и произведение последовательностей. Бесконечно малая последовательность (с примером). Нижнее и верхнее десятичное приближение (с примером). Верхний и нижний частичный пределы последовательности.

Утверждения и теоремы

1. Теорема о единственности предела числовой последовательности (с доказательством).
2. Переход к пределу в неравенствах (I-III).
3. Лемма: подпоследовательность имеет то же предел, то и последовательность.
4. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
5. Теорема Вейерштрасса (с доказательством).
6. Теорема Больцано-Вейерштрасса (с доказательством).
7. Критерий Коши сходимости последовательности (с доказательством).
8. Свойства бесконечно малых последовательностей (1-2, с доказательством).
9. Теорема о представлении сходящейся последовательности в виде суммы предела и бесконечно малой.
10. Свойства пределов, связанные с арифметическими действиями (1-4, с доказательством).
12. Теорема о существовании наибольшего и наименьшего частичного предела последовательности.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

по дисциплине Математический анализ

Точка прикосновения, непрерывная в точке функция (пример), изолированная точка, предельная точка, непрерывная в точке по множеству функция, определение предела функции по Коши, предел функции справа (пример), предел функции слева (пример), непрерывная слева функция, непрерывная справа функция. Бесконечно малая функция, бесконечно большая функция, точка разрыва функции (пример), точка разрыва первого рода (пример), точка устранимого разрыва (пример), точка разрыва второго рода (пример), возрастающая функция (пример), убывающая функция (пример), монотонная функция (пример), непрерывная на множестве функция, строго возрастающая (убывающая) функция, равномерно непрерывная функция (пример), колебание функции, модуль непрерывности функции.

Утверждения и теоремы

1. Свойства пределов функций (1-6, любые два с доказательством).
2. Необходимое и достаточное условие существования предела функции через представление в виде суммы постоянной и бесконечно малой функции (с доказательством).
3. Теорема о сумме и произведении бесконечно малых функций (с доказательством).
4. Лемма о связи бесконечно малых и бесконечно больших функций (с доказательством).
5. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции (с доказательством).
6. Теорема об односторонних пределах возрастающей функции (с доказательством).
7. Критерий Коши существования предела функции (с доказательством)
8. Теорема о пределе сложной функции (с доказательством).
9. Теорема Вейерштрасса об ограниченности непрерывной на отрезке функции (с доказательством).
10. Теорема Больцано-Коши (с доказательством).
11. Необходимое и достаточное условие существование предела функции (с доказательством).
12. Непрерывность функции в изолированной точке (с доказательством).
13. Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне (с доказательством).
14. Предел функции по объединению множеств (с доказательством)
15. Необходимое и достаточное условие существование предела функции через односторонние пределы (с доказательством).
16. Теоремы об обратной функции (1-3, любая с доказательством).
17. Теорема Кантора о равномерно непрерывной функции (с доказательством).

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Вариант 1 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\bigtriangleup B$, если

   1) $A=\{1,2,3\},\ B=\{0,1,3\},\ C=\{0,1,3,4\}$.

   2)$A=[-1,2],\ B=(0,4),\ C=(-2,2]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{0,1,-1,2,-2\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:1<|x|<5\}$.

4. Дано множество $A=[-4,4)\cup(4,6)\cup\{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ -1<x<1\}$;

   2. $[0,\ 1]$;

   3. $\{0,\ 1\}$;

   4. $[0,\ 1)$;

   5. $[0,\ 1]\cup[3,\ 5]$;

   6. $\left\{\frac{n^4}{2n^4+1}, n\in N\right\}$.

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[6,\ 8]$ и $[2,\ 8]$.

7. Найти взаимно однозначное отображение числовой прямой на интервал $(a,\ b)$.

Вариант 2 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{1,2\},\ B=\{3,4\},\ C=\{5,6,3\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(3,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,1,7\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}\}$.

4. Дано множество $A=[1,4)\cup(2,4)\cup\{5\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ -1<x^2<1\}$;
   3. $\{0,\ 3\}$;
   5. $[0,\ 1]\cup[3,\ 5]$;
   2. $[-4,\ 1]$;
   4. $[-3,\ 1)$;
   6. $X=\left\{\frac{1}{2n+1}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[0,\ 8]$ и $[2,\ 8]$.

7. Найти взаимно однозначное соответствие между промежутком $[0,\ 1)$ и лучом $[0,+\infty)$.

Вариант 3 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{0,-2\},\ B=\{3,4\},\ C=\{0,3\}$

   2)$A=(-1,2),\ B=(3,4],\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,-1,2\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:x^2<\sqrt{2}\}$.

4. Дано множество $A=[-1,4)\cup(4,5)\cup\{7\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ x^2<4\}$;
   3. $\{-5,\ 3\}$;
   5. $[0,\ 1]\cup[3,\ 5]$;
   2. $[-4,\ 5]$;
   4. $[-3,\ 1)$;
   6. $\left\{\frac{2n-1}{3n+2}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-8,\ 8]$ и $[0,\ 8]$.

7. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0,\ 1]$ на интервал $(0,\ 1)$.

Вариант 4 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{1, 2\},\ B = \{3\},\ C = \{0, 3\}$

   2)$A = (-2, 6],\ B = \{3\},\ C = [-2, 3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{0, 1, -1\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x :\ |x| \leq 3\}$.

4. Дано множество $A = [-1, 1) \cup (4, 5) \cup \{7\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x \in X :\ x^2 > 4\}$;   3. $\{-5,\ 3\}$;   5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;

   2. $[4,\ 5]$;   4. $[-3,\ 1)$;   6. $\left\{\frac{n^2}{n^2+1}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-8,\ 8]$ и $[0,\ 8]$.

7. Построить взаимно однозначное отображение отрезка $[0, 1]$ на всю числовую прямую.

Вариант 5 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A \cup B,\ A \cap B,\ A \cap B \cap C,\ A \setminus C,\ C \setminus A,\ A \triangle B$, если

   1)$A = \{2\},\ B = \{2, 5\},\ C = \{5, 6, 2\}$

   2)$A = (-4, 2],\ B = (0, 4),\ C = \{-2\}$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A = \{0, 1, -4\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A = \{x :\ 1 < |x| < 2\}$.

4. Дано множество $A = [-1, 1) \cup (1, 5) \cup \{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x \in X :\ x > 4\}$;   3. $\{5,\ 13\}$;   5. $[0,\ 1] \cup [2,\ 5]$;

   2. $[-6,\ 5]$;   4. $[-3,\ 1)$;   6. $\left\{\frac{n}{n+4}, n \in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-2,\ 2]$ и $[0,\ 6]$.

7. Найти взаимно однозначное соответствие между отрезком $[0,\ 1]$ и лучом $[0,\ +\infty)$.

Вариант 6 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{0,1\},\ B=\{3,4\},\ C=\{2,0\}$

   2)$A=\{1\},\ B=(3,4),\ C=[2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{3,0,1,-2\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-3<x-1<3\}$.

4. Дано множество $A=[-6,6)\cup(6,7)\cup\{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ x^2=4\}$; 3. $\{0,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[-3,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{n^4}{2n^4+1}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-3,\ 3]$ и $[0,\ 3]$.

   Установить взаимно однозначное соответствие между лучом $[0,\ +\infty)$ и интервалом $(a,\ b)$.

Вариант 7 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{2,3\},\ B=\{3,2\},\ C=\{0\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(-1,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{0,1,-4\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:\ |x|\geq 2\}$.

4. Дано множество $A=[-1,4)\cup(5,6)\cup\{8\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ |x-3|=4\}$; 3. $\{-7,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[3,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{n}{n+3}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-3,\ 0]$ и $[0,\ 3]$.

7. Отобразить взаимно однозначно луч $[0,\ +\infty)$ на всю числовую прямую.

Вариант 8 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\cap B\cap C$, $A\setminus C$, $C\setminus A$, $A\bigtriangleup B$, если

   1)$A=\{1,2\}$, $B=\{3,4\}$, $C=\{1,4\}$

   2)$A=(1,7]$, $B=(-3,4)$, $C=[-2,6]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{1,0,-1\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-\sqrt{2}<x<\sqrt{2},\ x>0\}$.
4. Дано множество $A=[-1,0)\cup(0,1)\cup\{2\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ |x-3|<5\}$; 3. $\{6,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[2,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{2n}{n+3}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[0,\ 4]$ и $[0,\ 8]$.
7. Построить взаимно однозначное отображение окружности единичного радиуса на отрезок $[0,\ 1]$.

Вариант 9 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества A, B, C. Определить множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\cap B\cap C$, $A\setminus C$, $C\setminus A$, $A\bigtriangleup B$, если

   1)$A=\{1,2\}$, $B=\{3,4\}$, $C=\{5,6,3\}$

   2)$A=(-4,2]$, $B=\{0\}$, $C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,1,7\}$.
3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:2<x^2<6\}$.
4. Дано множество $A=[-1,3)\cup(3,4)\cup\{5\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки
5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

   1 $\{x\in X:\ |x+3|<2\}$; 3. $\{0,\ 7\}$; 5. $[0,\ 1]\cup[2,\ 5]$;

   2. $[2,\ 5]$; 4. $[-3,\ 1)$; 6. $\left\{\frac{2n}{2n-1}, n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-4,\ 4]$ и $[0,\ 4]$.
7. Установить взаимно однозначное соответствие между открытым единичным кругом и замкнутым единичным кругом.

Вариант 10 (Контрольная работа 1)

1. Даны множества $A,\ B,\ C$. Определить множества $A\cup B,\ A\cap B,\ A\cap B\cap C,\ A\setminus C,\ C\setminus A,\ A\triangle B$, если

   1)$A=\{1,2\},\ B=\{2,4\},\ C=\{4,6,3\}$

   2)$A=(1,2],\ B=(0,4),\ C=[-2,3]$.

2. Найти всевозможные подмножества множества $A=\{-3,0,1,7\}$.

3. Изобразить на числовой прямой множество $A=\{x:-\sqrt{2}<x+1<\sqrt{2}\}$.

4. Дано множество $A=[-5,5)\cup(5,10)\cup\{100\}$. Указать все его точки прикосновения, внутренние точки, граничные точки, предельные точки, изолированные точки

5. Найдите точные грани (sup, inf)следующих множеств:

1 $\{x\in X:\ \vert x-6\vert=1\}$;	3. $\{0,\ 7\}$;	5. $[0,\ 1]\cup[4,\ 5]$;
2. $[4,\ 5]$;	4. $[3,\ 8)$;	6. $\left\{\frac{2n}{3n-1},n\in N\right\}$;

6. Установить взаимно однозначное соответствие между отрезками $[-2,\ 4]$ и $[2,\ 4]$.

7. Установить взаимно однозначное соответствие между окружностью и прямой.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2 Часть 1

Вариант 1 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 - 3$;
b) $b_n = \dfrac{n+2}{n^3-1}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{4}$ является пределом последовательности $f_n = \dfrac{n-1}{4n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,01$;
3. Доказать, что:
a) последовательность $b_n = \dfrac{3}{n^4}$ - бесконечно малая;
b) последовательность $f_n = (n-2)^2$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{1}{4}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{2n^3+4n^2}{3n^3-n}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{5n+1}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{2}{2\cdot 3} + \dfrac{2}{3\cdot 4} + ... + \dfrac{2}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 2 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $g_n = 2^n - n$;
b) $h_n = 8 - \dfrac{5}{n}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{3}{5}$ является пределом последовательности $c_n = \dfrac{3n+4}{5n-7}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,05$.

3. Доказать, что:
a) последовательность $r_n = 2 + (-1)^n$ расходится;
b) последовательность $t_n = \dfrac{n^3}{5^n}$ - бесконечно малая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{4}{5}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2+4n+3}{2-n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2-1} - n - 1$;
c) $x_n = \left(\dfrac{2n+5}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{3\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+2)(n+3)}\right)$.

Вариант 3 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 + 2n - 3$;
b) $b_n = \dfrac{1-4n}{2-n}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{5}{3}$ является пределом последовательности $q_n = \dfrac{5n}{3n-6}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,02$.

3. Доказать:
a) Последовательность $\dfrac{n-4}{n^3-6}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $\dfrac{n^2}{n+1}$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{3}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 3}{n - 5n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{1}{n(\sqrt{n^2-1} - n)}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^{2/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{1 \cdot 4} + \dfrac{1}{2 \cdot 5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right)$.

Вариант 4 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $v_n = \dfrac{2n-5}{3n+1}$;
b) $j_n = n + (-1)^n$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $-\dfrac{1}{2}$ является пределом последовательности $h_n = \dfrac{n+5}{3-2n}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,009$.

3. Доказать:
a) Последовательность $f_n = \sqrt{n+1}$ - бесконечно большая;
b) Последовательность $y_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ расходится.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является $\dfrac{7}{2}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^4 - 2n^2 + 3}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$;
c) $x_n = \left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2\cdot 4} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 5 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^2 - 6$;
b) $c_n = \dfrac{n^2}{n^2 - 2n + 2}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число 2 является пределом последовательности $b_n = \dfrac{2n+15}{n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,08$.
3. Доказать:
a) Последовательность $g_n = \dfrac{3n}{2^n}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $m_n = n^2 - 5$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{16}{7}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2 - 2n + 2}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{n}{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+3}{n-2}\right)^{3/n^2}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2 \cdot 5} + \dfrac{1}{3 \cdot 6} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+3)}\right)$.

Вариант 6 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:

a) $f_n = \dfrac{n+2}{n^2-1}$;

b) $h_n = \dfrac{1}{2}(n-1)(n+1)$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{3}{2}$ является пределом последовательности $c_n = \dfrac{3n-2}{2n+4}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $0,03$.

3. Доказать:

a) Последовательность $b_n = \dfrac{4}{5n+2}$ - бесконечно малая;

b) Последовательность $g_n = n^3 - 2n + 1$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{9}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:

a) $x_n = \dfrac{n^2-2n+2}{5n^2+n+2}$;

b) $x_n = \dfrac{\sqrt{n^2+1}-n}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}$;

c) $x_n = \left(\dfrac{2n+3}{n+1}\right)^{1/n}$;

d) $x_n = \left(\dfrac{3}{1\cdot 3} + \dfrac{3}{2\cdot 4} + ... + \dfrac{3}{n(n+2)}\right)$.

Вариант 7 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = n^3 + 8$;
b) $b_n = \dfrac{n^2+1}{n^2-1}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{4}$ является пределом последовательности $f_n = \dfrac{n-1}{4n+3}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,01$;
3. Доказать, что:
a) последовательность $b_n = \dfrac{2}{n^2}$ - бесконечно малая;
b) последовательность $f_n = (n-2)^2$ - бесконечно большая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{1}{4}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{2n^3+4n^2}{3n^3-n}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-n}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{2n+5}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{3\cdot 4} + \dfrac{1}{4\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+2)(n+3)}\right)$.

Вариант 8 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $g_n = 2^n + (-1)^n$;
b) $h_n = 2^n + \frac{5}{n}$.
2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\frac{3}{5}$ является пределом последовательности $c_n = \frac{3n+4}{5n-7}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,05$.
3. Доказать, что:
a) последовательность $r_n = 2 + (-1)^n$ расходится;
b) последовательность $t_n = \frac{n^3}{5^n}$ - бесконечно малая.
4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\frac{4}{5}$.
5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \frac{3n^2+4n+3}{2-n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2-1} - n - 1$;
c) $x_n = \left(\frac{5n+1}{n+1}\right)^{1/n}$;
d) $x_n = \left(\frac{2}{2\cdot 3} + \frac{2}{3\cdot 4} + ... + \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Вариант 9 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $a_n = 2n - (-1)^n$;
b) $b_n = \dfrac{1-4n}{2-n}$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $\dfrac{1}{3}$ является пределом последовательности $q_n = \dfrac{n}{3n-6}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,02$.

3. Доказать:
a) Последовательность $\dfrac{n-4}{n^3-6}$ - бесконечно малая;
b) Последовательность $\dfrac{n^2}{n+1}$ - бесконечно большая.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является число $\dfrac{8}{3}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^2-2n+3}{n-5n^2}$;
b) $x_n = \sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1}$;
c) $x_n = \left(2 + \dfrac{1}{n^2}\right)^n$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{1\cdot 4} + \dfrac{1}{2\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{n(n+3)}\right)$.

Вариант 10 (Контрольная работа 2. Часть 1)

1. Выписать первые пять элементов последовательности:
a) $v_n = \dfrac{2n-5}{3n+1}$;
b) $j_n = n + (-1)^n$.

2. Используя определение последовательности по Коши, доказать, что число $-\dfrac{1}{2}$ является пределом последовательности $h_n = \dfrac{n+5}{3-2n}$; вычислить номер, начиная с которого элементы последовательности будут отличаться от значения предела меньше, чем на $\varepsilon = 0,009$.

3. Доказать:
a) Последовательность $f_n = \sqrt{n+1}$ - бесконечно большая;
b) Последовательность $y_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$ расходится.

4. Привести пример последовательности, пределом которой является $\dfrac{7}{2}$.

5. Вычислить предел последовательности x_n:
a) $x_n = \dfrac{3n^4 - 2n^2 + 3}{5n^3 + 3n^2}$;
b) $x_n = \dfrac{1}{n(\sqrt{n^2-1} - n)}$;
c) $x_n = \left(\dfrac{n+2}{n-1}\right)^{2/n}$;
d) $x_n = \left(\dfrac{1}{2\cdot 4} + \dfrac{1}{3\cdot 5} + ... + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right)$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2 Часть 2

Вариант 1 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x+5}{x-2}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2+1}{2x+1}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^2-2x-35}{x-7}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-4x-5}{x+1}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-19x-30}{x-5}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3-7x-6}{x+3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^4+2x-3}-\sqrt[4]{x^4+2x^3-x+1}}{\sqrt[3]{x^4+3x^2-2+5}+\sqrt[4]{x^4+3x-3}}$;

I. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{2x+5}-\sqrt{3x+2}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 3}\frac{x-1}{2(x+1)}=\frac{1}{4}$;

Вариант 2 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{2x+1}{x+1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2-x+2}{2x-3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+x-2}{x-1}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+x-12}{x+4}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3-19x-30}{x-5}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3+4x^2-21x}{x-3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^3+3x^2-2x+1}+\sqrt[3]{x^4-2x^2+5}}{\sqrt[3]{2x^5+3x^4-3x+1}+\sqrt{x^3-3x^2-2x+8}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2+2x+3}-\sqrt{3x^2-2x-1}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{x^2+3}=1$;

Вариант 3 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+7}{2x}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\cos x}{2x^2+3x-3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2-3x-10}{x+2}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-2x-24}{x-6}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-4x^2+x+6}{x-3}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-9x+9}{x^2-9}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[5]{x^5+3x^2-2x-1}+\sqrt[4]{x^3-3x+2}}{\sqrt{x^2+5}+\sqrt[4]{3x^4-2x^3-8x+6}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[2]{x^2+3x-12}-x$.

I. 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1+x}{2+x}\right)^{\frac{1-\sqrt{x}}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)=1$;

Вариант 4 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+3x-5}{x+1}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+3x-10}{x+5}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 9}\dfrac{x^2-6x-27}{x-9}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-4x^2-4x+16}{x+2}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3+2x^2-5x-6}{x-3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-2x^2+3}+\sqrt[3]{x^3+3x-2}}{\sqrt[4]{x^8+3x^6-x^5+2}+\sqrt[4]{x^3+3x^2-x+2}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}$. I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{2x-1}\right)^{x^2}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 2}(3x^2-2)=10$;

Вариант 5 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 2x-3x}{x^2+2x+2}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 5}(x^2+3x-5)$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^2+2x-8}{x+4}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^3-5x^2}{x^2}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3-x^2-14x+24}{x+4}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^3+2x^2-13x+10}{x-5}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^4+3x^2-5x+7}+\sqrt[4]{x^5+4x^4-x^3-x+9}}{\sqrt[5]{3x^2-2x-7}+\sqrt[3]{x^4+3x+7}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 4}(2x-1)=7$;

Вариант 6 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x+1}{x^2+x-1}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin x+\cos x}{2x+3}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2-5x-24}{x+3}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2+3x-28}{x-4}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3-4x^2+x+6}{x+1}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^3-10x^2+13x+24}{x-3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^4+3x-2}+\sqrt[3]{x^5-5x^4-3x^3}}{\sqrt[3]{2x^6-3x+1}+\sqrt{x+1}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2-2x+3}-x+2$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x^2-x+1}{2x^2+x+1}\right)^{\frac{x^3}{1-x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 2}(3x-1)=5$;

Вариант 7 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x^3+3x^2-13x+25}{x^3-4x^2-120x+7}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to\cos 1}\dfrac{\arccos x+1}{2}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to -9}\dfrac{x^2+7x-18}{x+9}$;

I. 4. $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{x^2-3x-18}{x-6}$; I. 5. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^3-6x^2+8x}{x-4}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^3+4x^2-17x-60}{x+3}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^5+3x^4+2x^3-4x-4}+\sqrt[5]{x^7-5x^3+3x^2-1}}{\sqrt[4]{x^4+7x^3-4x^2+2}+\sqrt{x}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x^2-1}-\sqrt[3]{x^2+1}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\big(\sin x\big)^{\mathrm{tg}x}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}}(3-12x)=-3$;

Вариант 8 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 2}(x^2+5x-4)$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{4x-3}{x+5}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-11x+28}{x-4}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-6x-16}{x-2}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{x^3-15x^2+47x+63}{x-7}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3-4x^2-20x+48}{x+4}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^5-4x^4+2x^2-5x+1}-\sqrt[4]{x^7+3x^5-3x+2}}{\sqrt[6]{x^4+2x^3-5x^2+x-18}+\sqrt{x^2+5x-7}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x^2+2x-2}-x+1$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2-1}{x^2+1}\right)^{\frac{x-1}{x+1}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(2-12x)=-10$;

Вариант 9 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x-\cos x}{\cos x+\sin x}$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+4}{x^3-3x^2-5x+7}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2+x-30}{x-5}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to -7}\dfrac{x^2+3x-28}{x+7}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-3x^2-13x+15}{x-1}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3+7x^2-36}{x-2}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[4]{x^8+3x^6-2x^4+4}+\sqrt[3]{4x^6+8x^5-3x^3+2-2}}{\sqrt{8x^2-3x+7}+\sqrt[3]{x^5+24x-4}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt[3]{x-2}-\sqrt[3]{x}$.

I. 9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+1}{x^2-2}\right)^{x^2}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-2)=1$;

Вариант 10 (Контрольная работа 2. Часть 2)

I. Вычислить:

I. 1. $\lim\limits_{x\to 4}(x^3 - 3x^2 + 2x + 3)$; I. 2. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2+4\cos 2x+1}{3-8x}$; I. 3. $\lim\limits_{x\to}\dfrac{x^2+4x-5}{x-1}$; I. 4. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2+2x-8}{x-2}$;

I. 5. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-x^2-22x+40}{x-2}$; I. 6. $\lim\limits_{x\to -6}\dfrac{x^3+11x^2+6x-144}{x+6}$;

I. 7. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt[5]{x^6-4x^5+3x-2}+\sqrt[6]{x^7-5x^5+3x^3-28x+4}}{\sqrt[3]{x^4-8x^3+2x-2}+\sqrt[4]{5x^5-2x^4+3x-7}}$;

1. 8. $\lim\limits_{x\to\infty}\sqrt{x+2}-\sqrt{x-3}$.

I.9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x^2+2x-1}{2x^2-3x-2}\right)^{\frac{1}{x}}$.

II. Доказать по определению:

$\lim\limits_{x\to 1}(3x^2-1)=2$;

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Вариант 1 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \sin(2x+5)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = e^x\sqrt{1-e^2x} + \arcsin e^x$; $(b) y = \frac{\ln x}{1+x^2}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \frac{4-x^2}{4+x^2}$, $[-1, 3]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 2 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \cos(3x+1)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = 2x\cos x$; $(b) y = \arcsin^2 x$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 3 - 2x^2$, $[3, 7]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = (x-1)e^{3x+1}$.

Вариант 3 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = e^{2x+1}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \arcsin\sqrt{1-x^2}$; $(b) y = x^{\frac{1-x}{1+x}}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x - \sin x$, $[0, 2\pi]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{(x-3)^3}{4(x-1)}$.

Вариант 4 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^2 + 2$.
2. Найти производную функции: $(a) y = 3xe^x$; $(b) y = \sin^2 x \cos x^3$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 2\sin x - \sin 2x$, $[0, \frac{3\pi}{2}]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^2-x-1}{x^2-2x}$.

Вариант 5 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = tg(2x)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = xe^{-x}$; $(b) y = \frac{x}{\arccos x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^4 + 4$, $[-2, 2]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^4}{x^3-1}$.

Вариант 6 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = ctg(3x)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \ln ctg(4x)$; $(b) y = \sqrt[3]{(1-x)^2}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \frac{x^2}{x^4+4}$, $[-2, 3]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{4x^2}{x^3-1}$.

Вариант 7 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = x^3 + 1$.
2. Найти производную функции: $(a) y = arctg(x^2)$; $(b) y = \left(1 + \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)^3$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = \sin 3x - 3\sin x$, $[0, \frac{3\pi}{2}]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{1}{x^2-9}$.

Вариант 8 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \ln(x + 1)$.
2. Найти производную функции: $(a) y = x^2 \ln x$; $(b) y = \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = 81x - x^4$, $[-1, 4]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2x+1}{x^2}$.

Вариант 9 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = \sqrt{x+1}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \ln \sin x^2$; $(b) y = \frac{x-1}{x+1} e^{-x}$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^3 \sqrt[3]{(x-1)^2}$, $[-2, 2]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2x^2}{4x^2-1}$.

Вариант 10 (Контрольная работа 3)

1. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = 3^{5x}$.
2. Найти производную функции: $(a) y = \sqrt{x^2+1}$; $(b) y = arctg(\sqrt{\frac{x-1}{x+1}})$.
3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке: $y = x^3(8-x)$, $[0, 7]$.
4. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{2-4x^2}{1-4x^2}$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1) Множества и операции над ними.
2) Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
3) Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
4) Принцип вложенных отрезков.
5) Теорема о существовании верхней и нижней граней ограниченного множества.
6) Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства.
7) Теорема Больцано-Вейерштрасса.
8) Бесконечно малые последовательности и их свойства.
9) Бесконечно большие последовательности и их свойства.
10) Арифметические операции над пределами.
11) Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e.
12) Определения предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
13) Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Односторонние пределы.
14) Свойства предела функции.
15) Замечательные пределы.
16) Сравнение бесконечно малых.
17) Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.
18) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.
19) Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.
20) Теорема Кантора о равномерной непрерывности.
21) Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.
22) Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.
23) Правила дифференцирования.
24) Производная сложной функции.
25) Дифференциал. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
26) Производные высших порядков.
27) Дифференциалы высших порядков.
28) Теорема Ферма.
29) Теорема Ролля.
30) Теорема Лагранжа.
31) Теорема Коши.
32) Правила Лопиталя.
33) Формула Тейлора.
34) Исследование функций на монотонность.
35) Исследование функций на экстремум.
36) Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.
37) Полное исследование функций и построение графиков.
38) Асимптоты.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 1

1. Множества и операции над ними.
2. Замечательные пределы.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 2

1. Понятие функций, способы задания функций, классификация функций.
2. Сравнение бесконечно малых.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 3

1. Свойства счетных и несчетных множеств. Теорема о счетности множества Q.
2. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 4

1. Принцип вложенных отрезков.
2. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Первая теорема Больцано-Коши.

Подпись экзаменатора __________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 5

1. Теорема о существовании верхней и нижней граней ограниченного множества.
2. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Вейерштрасса.

Подпись экзаменатора __________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 6

1. Предел последовательности. Геометрический смысл. Общие свойства.
2. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Подпись экзаменатора ____________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 7

1. Теорема Больцано-Вейерштрасса
2. Теорема о существовании и непрерывности обратной функции.

Подпись экзаменатора ____________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 8

1. Теорема Больцано-Вейерштрасса
2. Асимптоты

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 9

1. Бесконечно малые последовательности и их свойства.
2. Полное исследование функций и построение графиков.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет №10

1. Бесконечно большие последовательности и их свойства.
2. Исследование функций на выпуклость и в точке перегиба.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 11

1. Арифметические операции над пределами.
2. Исследование функций на экстремум.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 12

1. Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e.
2. Исследование функций на монотонность.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 13

1. Определения предела функции по Коши и по Гейне и их эквивалентность.
2. Формула Тейлора.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 14

1. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Односторонние пределы.
2. Правила Лопиталя.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 15

1. Свойства предела функции.
2. Теорема Коши.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 16

1. Теорема Лагранжа.
2. Производные высших порядков.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 17

1. Производная, ее геометрический и механический смысл. Таблица производных.
2. Дифференциалы высших порядков.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 18

1. Правила дифференцирования.
2. Теорема Ферма.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
__.__.20__г.
г.
Протокол №_.
Зав. кафедрой________________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 19

1. Производная сложной функции.
2. Теорема Ролля.

Подпись экзаменатора ____________________

2 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

Вычислите интегралы:

В.1
1) $\int \left(3x^2 + \frac{3}{x}\right) dx$;
2) $\int \left(3\sqrt{x} + 5e^x\right) dx$;
3) $\int \left(4\sqrt[3]{x} + 3\cos x\right) dx$;
4) $\int \frac{\sin 3x}{3+\cos 3x} dx$;
5) $\int \frac{\operatorname{arctg}\frac{x}{2}}{4+x^2} dx$;
6) $\int \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$;
7) $\int x\cos x dx$;
8) $\int \operatorname{arctg}\sqrt{x} dx$;
9) $\int \sin(\ln x) dx$;
10) $\int \frac{2x+3}{2x^2+x+1}$;
11) $\int \frac{x^4 dx}{(x^2-1)(x+2)}$;
12) $\int \frac{1-x^2}{1+x^4} dx$;
13) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+9}+3}$;
14) $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^4 x} dx$.

В.2
1) $\int \left(4x^3 + \frac{4}{x}\right) dx$;
2) $\int \left(6\sqrt{x} + 2\sin x\right) dx$;
3) $\int \left(4x^{\frac{1}{3}} + 4e^x\right) dx$;
4) $\int \frac{1-\sin x}{x+\cos x} dx$;
5) $\int \frac{e^t dt}{\sqrt{1-e^{2t}}}$;
6) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+1}} dx$;
7) $\int \frac{\ln^3 x}{x^2} dx$;
8) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$;
9) $\int xe^{-x} dx$;
10) $\int \frac{xdx}{x^2+x-1}$;
11) $\int \frac{x^2}{(x+2)^2(x+1)} dx$;
12) $\int \frac{x^3+1}{(x^2+1)^2} dx$;
13) $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{1+x+x^2}}$;
14) $\int \frac{dx}{2\sin x-\cos x+5}$.

В.3
1) $\int \left(5x^4 + \frac{2}{x}\right) dx$;
2) $\int \left(5x^{\frac{1}{4}} + 6e^x\right) dx$;
3) $\int \left(8\sqrt{x} + 3\cos x\right) dx$;
4) $\int \operatorname{ctg} x dx$;
5) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-3x^2}}$;
6) $\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$;
7) $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1+x^2}} dx$;
8) $\int x^2 3^x dx$;
9) $\int e^{2x}\cos nx dx$;
10) $\int \frac{3x-1}{x^2+2x+2} dx$;
11) $\int \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x} dx$;
12) $\int \frac{dx}{x^3(x^2+1)^2}$;
13) $\int \frac{dx}{x-\sqrt{x^2+1}}$;
14) $\int \frac{dx}{\sin x\cos^3 x}$.

В.4
1) $\int \left(4x + 9\sqrt[7]{x^2}\right) dx$;
2) $\int \left(\frac{6}{x^3} - \frac{5}{2x\sqrt{x}}\right) dx$;
3) $\int \left(x^3 + x^2\sqrt{x}\right)\left(x^3 - x^2\sqrt{x}\right) dx$;
4) $\int \left(3\sqrt{2x+1} + 10e^{5x}\right) dx$;
5) $\int \frac{x^4 dx}{\sqrt{4+x^5}}$;
6) $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{1+x^2} dx$;
7) $\int \left(x\cos x + 2e^{2x}\right) dx$;
8) $\int \frac{\ln x}{x^3} dx$;
9) $\int 3^x \cos x dx$;
10) $\int \frac{x+2}{x^2+x} dx$;
11) $\int \frac{x^2+1}{x(x-1)^2} dx$;
12) $\int \frac{dx}{(x^2+x+2)^2}$;
13) $\int \frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}}{1+\sqrt[6]{x}} dx$;
14) $\int \frac{\operatorname{tg} x}{\sin^4 x+\cos^4 x} dx$.

B.5 1) $\int \left(8x^3+\frac{4}{x}\right)dx$;
2) $\int \left(2^x+\sqrt{x}\right)dx$;
3) $\int \left(4x^{\frac{1}{3}}+5e^x\right)$;
4) $\int \frac{xdx}{x^2-5}$;
5) $\int \frac{3xdx}{\sqrt{5x^2+1}}$;
6) $\int \frac{\mathrm{tg}^2 x}{\cos^2 x}dx$;
7) $\int \frac{x\mathrm{arctg}x}{\sqrt{1+x^2}}dx$;
8) $\int x^2\cdot 2^x dx$;
9) $\int \cos(\ln x)dx$;
10) $\int \frac{dx}{x^2+2x+5}$;
11) $\int \frac{dx}{(x-1)(x+2)(x+3)}$;
12) $\int \frac{x^3+1}{\left(x^2-4x+5\right)^2}dx$;
13) $\int \frac{x^3dx}{\sqrt{x-1}}$;
14) $\int \sin^3\frac{x}{2}\cos^5\frac{x}{2}dx$.

B.6 1) $\int \left(15x^4+\frac{5}{x}\right)dx$;
2) $\int \left(\frac{x^2}{\sqrt{x}}+e^x\right)dx$;
3) $\int \left(\frac{1}{x^2}+3\sin x\right)dx$;
4) $\int x\cdot 5^{x^2}dx$;
5) $\int (x-2)\sin xdx$;
6) $\int \sqrt{x}\ln xdx$;
7) $\int \frac{dx}{9x^2+45}dx$;
8) $\int \sqrt{\sin x}\cos xdx$;
9) $\int \frac{dx}{x\ln^2 x}$;
10) $\int \frac{xdx}{2x^2+1}$;
11) $\int \frac{dx}{(x+1)(2x-3)}$;
12) $\int \frac{x^3+x-1}{\left(x^2+2\right)^2}dx$;
13) $\int \sqrt[3]{\frac{1-x}{1+x}}dx$;
14) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^3}}$.

B.7 1) $\int \left(2x+\frac{6}{x}\right)dx$;
2) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}+3\sin x\right)dx$;
3) $\int \left(3x^{\frac{1}{2}}+4e^x\right)dx$;
4) $\int \frac{\mathrm{tg}\sqrt{x}dx}{\sqrt{x}}$;
5) $\int xe^{-x^2}dx$;
6) $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x}dx$;
7) $\int \frac{x\cos x}{\sin^3 x}dx$;
8) $\int x\ln(x+1)dx$;
9) $\int x^2e^{-\frac{x}{2}}dx$;
10) $\int \frac{5x+7}{5-4x-x^2}dx$;
11) $\int \frac{x^3dx}{(x+1)(x^2+1)}$;
12) $\int \frac{x^2dx}{(2+x)(x+1)^3}$;
13) $\int \frac{2x^2-3x}{\sqrt{x^2-2x+5}}$;
14) $\int \sin^3 xdx$.

B.8 1) $\int \left(3x^5+\frac{4}{x}\right)dx$;
2) $\int \left(\frac{4}{\sqrt[4]{x}}+4\right)dx$;
3) $\int \left(\sin x+5\sqrt[3]{x^2}\right)dx$;
4) $\int \frac{x^3-1}{x^4-4x+1}dx$;
5) $\int \frac{xdx}{\sin(x^2)}$;
6) $\int \frac{x^2dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}$;
7) $\int \ln^2 xdx$;
8) $\int x^2\cdot 2^x dx$;
9) $\int \frac{\arcsin xdx}{\sqrt{1-x^2}}$;
10) $\int \frac{dx}{3x^2-x+1}$;
11) $\int \frac{x^4-6x^3+12x^2+6}{x^3-6x^2+12x-8}dx$;
12) $\int \frac{dx}{x^4+x+1}$;
13) $\int \sqrt[3]{\frac{x+1}{x-1}}dx$;
14) $\int \frac{\sin 2xdx}{1+\sin^2 x}$.

B.9 1) $\int \left(14x^6+\frac{5}{x}\right)dx$;
2) $\int \left(4e^x+\frac{3}{\sqrt[4]{x}}\right)dx$;
3) $\int \left(\cos x+14\sqrt[4]{x^3}\right)dx$;
4) $\int \frac{e^xdx}{e^x-1}$;

5) $\int \sin^3 6x \cos 6x dx$;

6) $\int x\sqrt[5]{5-x^2}dx$;

7) $\int x^3 \cdot e^{x^2} dx$;

8) $\int x arctg x dx$;

9) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;

10) $\int \frac{x^3-7x+18}{x^2-3x+2}dx$;

11) $\int \frac{x-2}{x^2-7x+12}dx$;

12) $\int \frac{3x+5}{x(x^2+1)^2}dx$;

13) $\int \frac{dx}{x+\sqrt{x^2+1}}$;

14) $\int \frac{dx}{\sin^3 x}$.

B.10

1) $\int \left(4x^3 + \frac{7}{x}\right) dx$;

2) $\int \left(4 + \frac{x\sqrt{x}}{4}\right) dx$;

3) $\int \left(e^{6x} + 8\sqrt[5]{x^3}\right) dx$;

4) $\int \frac{xdx}{\sqrt{7+8x^2}}$;

5) $\int \frac{5^{\sqrt{x}}dx}{\sqrt{x}}$;

6) $\int \mathrm{tg} x dx$;

7) $\int \arccos x dx$;

8) $\int x^2 \ln(1+x) dx$;

9) $\int x^2 e^x \sin x dx$;

10) $\int \frac{xdx}{3+2x-x^2}$;

11) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^2}dx$;

12) $\int \frac{2x^2-3x-3}{(x-1)(x^2-2x+5)}dx$;

13) $\int \frac{x^2+1}{\sqrt{3x+1}}dx$;

14) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$.

B.11

1) $\int \left(3x^2 + \frac{3}{x}\right) dx$;

2) $\int \left(3x^{\frac{1}{2}} + 5e^x\right) dx$;

3) $\int (4\sqrt[3]{x} + 3\cos x) dx$;

4) $\int \mathrm{tg}\sqrt{x-1}\frac{dx}{\sqrt{x-1}}$;

5) $\int \frac{a^x dx}{1+a^{2x}}$;

6) $\int \frac{xdx}{\sqrt{1-x^4}}$;

7) $\int x \ln x dx$;

8) $\int e^{2x} \sin 2x dx$;

9) $\int \frac{xdx}{\cos^2 x}$;

10) $\int \frac{dx}{4x^3-x}$;

11) $\int \frac{x^4dx}{x^4+5x^2+4}$;

12) $\int \frac{dx}{(1+x^2)^4}$;

13) $\int \sqrt{\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}}dx$;

14) $\int \frac{\sqrt{\mathrm{tg} x}dx}{\sin x \cos x}$.

B.12

1) $\int \left(6x^2 + 7\sqrt[5]{x^2}\right) dx$;

2) $\int \left(\frac{9}{x^4} - \frac{2}{3x\sqrt[3]{x}}\right) dx$;

3) $\int 6(\sqrt{x}+x)(\sqrt{x}-x) dx$;

4) $\int \left(\frac{2}{\sqrt{2x+1}} + \frac{3\cos x}{2+\sin x}\right) dx$;

5) $\int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}}dx$;

6) $\int \frac{\sqrt[3]{\ln x}}{x}dx$;

7) $\int \left(\frac{2\ln x}{x} + 4xe^{2x}\right) dx$;

8) $\int \frac{xdx}{\sin^2 x}$;

9) $\int x^2 \ln x dx$;

10) $\int \frac{x-2}{x^2-2}dx$;

11) $\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)^2}$;

12) $\int \frac{dx}{x^3+1}$;

13) $\int \frac{\sqrt[4]{x}+\sqrt{x}}{1+\sqrt[4]{x}}dx$;

14) $\int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$.

B.13

1) $\int \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}dx$;

2) $\int \frac{dx}{1+9x^2}$;

3) $\int \left(8x^3 + 5\sqrt[3]{x^2}\right) dx$;

4) $\int \frac{x^3+1}{x(x-1)^3}dx$;

5) $\int \frac{e^x dx}{e^{2x}+4}$;

6) $\int \left(\frac{12}{x^5} - \frac{3}{4x\sqrt[4]{x}}\right) dx$;

7) $\int (\ln x + 9xe^{3x})\, dx$;

8) $\int x\mathrm{arctg} x dx$;

9) $\int \left(9\sqrt{3x+2} + 6\cos 2x\right) dx$;

10) $\int \frac{x+3}{x^2+3x+2} dx$;

11) $\int e^x \sin x dx$;

12) $\int \frac{3x+5}{x(x^2+1)^2} dx$;

13) $\int \frac{1+\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}+\sqrt{x}} dx$;

14) $\int 30\, (x^2\sqrt{x} + x^2)\, (x^2\sqrt{x} - x^2)\, dx$.

B.14

1) $\int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}-1} dx$;

2) $\int x2^{-x} dx$;

3) $\int 20\, (x^2 + x\sqrt{x})\, (x^2 - x\sqrt{x})\, dx$;

4) $\int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}$;

5) $\int \sin^3 x dx$;

6) $\int \left(6\sqrt{4x+3} + 6\sin^2 x \cos x\right) dx$;

7) $\int \left(xe^x + \frac{\ln x}{x^2}\right) dx$;

8) $\int \frac{x\cos x}{\sin^2 x} dx$;

9) $\int \left(12x^5 + 10\sqrt[7]{x^3}\right) dx$;

10) $\int \frac{x+5}{x^2+4x+3} dx$;

11) $\int \frac{dx}{x\ln^3 x}$;

12) $\int \frac{dx}{(x^2+2x+10)^3}$;

13) $\int \left(\frac{18}{x^7} - \frac{5}{6x\sqrt[6]{x}}\right) dx$;

14) $\int \frac{dx}{1+\mathrm{tg} x}$.

B.15

1) $\int \left(6x + 8\sqrt[5]{x^3}\right) dx$;

2) $\int \left(\frac{6}{x^4} - \frac{8}{3x\sqrt[3]{x^2}}\right) dx$;

3) $\int 20\, (x^2\sqrt{x} + x^2)\, (x^2\sqrt{x} - x^2)\, dx$;

4) $\int \left(\frac{6}{\sqrt{4x+3}} + \frac{4x}{x^2+1}\right) dx$;

5) $\int e^{5-3x} dx$;

6) $\int \sqrt{\sin x} \cos x dx$;

7) $\int (x\sin x + 3e^{3x})\, dx$;

8) $\int \mathrm{arctg} x dx$;

9) $\int (x^2 + 5x + 6)\cos 2x dx$;

10) $\int \frac{x-7}{x^2-2x-3} dx$;

11) $\int \frac{x^4 dx}{x^4-1}$;

12) $\int \frac{3x+5}{(x^2+2x+2)^2} dx$;

13) $\int \frac{\sqrt{x}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt[4]{x}-1} dx$;

14) $\int \frac{\sin x dx}{1-\sin x}$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

I. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1
1) $y = x^3,\ x = 1,\ x = 3,\ y = 0;$
2) $y = 2\cos x,\ y = 0,\ 0 \le x \le \pi;$
3) $y = 0,\ y = x^{\sqrt{5}},\ x = 0,\ x = 1;$
4) $y = \frac{\ln x}{4x},\ y = x\ln x;$
5) $x = \cos t,\ y = 2\sin^3 t;$
6) $r = 2\cos\theta.$

В.2
1) $y = -0,5x^2 + 2x,\ y = 0,5x;$
2) $y = 2\sin x,\ y = -\sin x,$ $0 \le x \le \frac{2}{3}\pi;$
3) $y = e^x,\ y = 1,\ y = e,\ x = 2;$
4) $y = \arcsin x,\ y = \arccos x,$ $y = 0;$
5) $\begin{cases} x = 8\cos^3 t \\ y = 4\sin^3 t \end{cases};\ x \ge 3\sqrt{3}$
6) $r = 2\sin 3\varphi.$

В.3
1) $y = x^3,\ x = -1,\ y = 0;$
2) $y = \cos 0,5x,\ y = 0,\ x = -\frac{\pi}{3},$ $-\pi \le x \le -\frac{\pi}{3};$
3) $y = 0,\ y = x^e,\ x = 1,\ x = e;$
4) $y^2 = x\,(x-1)^2;$
5) $\begin{cases} x = 5\cos t \\ y = 2\sin t \end{cases};$
6) $r = 2\cos 6\varphi.$

В.4
1) $y = x^2 - 2x + 2,\ y = 0,$ $x = 0,\ y = 2x + 2;$
2) $y = \sin x,\ y = 0,\ x = \frac{2\pi}{3},$ $0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = 2^{-x},\ y = 0,\ x = 0,\ x = 2;$
4) $(y - x - 2)^2 = 9x,\ y = 0,$ $x = 0;$
5) $\begin{cases} x = 2\,(2\cos t - \cos 2t) \\ y = 2\,(2\sin t - \sin 2t) \end{cases};$
6) $r = 2\,(1 - \cos\varphi).$

В.5
1) $y = 0,5x^2,\ y = 0,5,\ x = 2;$
2) $y = \sin x,\ y = -2\sin x,$ $0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \sqrt{x},\ x = 1,\ y = 0;$
4) $y = \ln x,\ y = 0,\ x = a,\ x = b;$
5) $x = \frac{3at}{1+t^2},\ y = \frac{3at^2}{1+t^2};$
6) $r = 2 + \cos\varphi.$

В.6
1) $y = x^2 - 2x + 1,\ y = 1;$
2) $y = \cos 0,5x,\ y = 0,\ x = 0,$ $x = \frac{\pi}{10};$
3) $y = e^{-x}\,(x^2 + 3x + 1) + e^2,$ $y = 0,\ x = -1,\ x = 2;$
4) $y = \frac{1}{x},\ y = 1,\ x = 4;$
5) $\begin{cases} x = 3t^2 \\ y = 3t - t^3 \end{cases};$
6) $\rho = 2 + \sin\varphi.$

В.7
1) $y = -x^2 + 2,\ y = -x;$
2) $y = 3\sin x,\ y = -2\sin x,$ $0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \frac{4}{x},\ x = 1,\ y = 1;$
4) $y^2 = x^2 - x^4;$
5) $\begin{cases} x = 4\sqrt{2}\cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2}\sin^3 t \end{cases};$
6) $\rho = 4\cos^3 3\varphi,\ \rho \ge 2.$

В.8
1) $y = x^2 - 2x + 3,\ y = 6;$
2) $y = \sin x,\ y = -2\sin x,$ $0 \le x \le \frac{2\pi}{3};$
3) $y = \frac{2}{x},\ x = 1,\ y = 1;$
4) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1,\ \frac{x^2}{4} - y^2 = 1;$
5) $\begin{cases} x = a\,(t - \sin t) \\ y = a\,(1 - \cos t) \end{cases},$ $0 \le t \le 2\pi;$
6) $\rho = 2\cos 2\varphi.$

В.9 1) $y=-x^2+5,\ y=x+3;$
2) $y=\cos 2x,\ y=0,\ 0\le x\le\pi;$
3) $y=\frac{1}{x^2},\ y=0,\ -1\le x\le 1;$
4) $y=e^x,\ y=e^{-x},\ x=1;$
5) $\begin{cases} x=a\cos^3 t\\ y=b\sin^3 t\end{cases};$
6) $\rho=2a\cos 3\varphi.$

В.10 1) $y=0,$ $y=\begin{cases} 2\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le 0\\ -x+2, & 0<x\le 2\end{cases};$
2) $y=e^{2x},\ y=0,\ x=0,\ x=2;$
3) $y=\sqrt{|x|},\ y=0,\ x=-4,$ $x=1;$
4) $y=2x^2,\ y=2\sqrt{x};$
5) $\begin{cases} x=6\cos t\\ y=4\sin t\end{cases},\ y\ge 2\sqrt{3};$
6) $r=1+\sqrt{2}\cos\varphi.$

В.11 1) $y=\frac{4}{x^2},\ x=1,\ y=x-1;$
2) $y=\sqrt{|x|},\ y=0,\ x=-9,$ $x=4;$
3) $y=0,$ $y=\begin{cases} x+2, & -2\le x\le 0\\ 2\cos x, & 0<x\le\frac{\pi}{2}\end{cases};$
4) $y=x\,(x-1)^2,\ y=0;$
5) $\begin{cases} x=2\cos t\\ y=6\sin t\end{cases},\ y\ge 3;$
6) $r=2\cos\varphi.$

В.12 1) $y=-x^2+3,\ y=2x;$
2) $y=\cos x,\ y=-2\cos x,$ $-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{2};$
3) $y=e^{-x},\ y=1,\ x=-2;$
4) $y=x-x^2\sqrt{x},\ y=0;$
5) $\begin{cases} x=2\cos t-\cos 2t\\ y=2\sin t-\sin 2t\end{cases};$
6) $\rho=3\sin 2\varphi.$

В.13 1) $y=3x^2,\ y=5-2x^2;$
2) $y=\sin x,\ y=0,\ x=\frac{2\pi}{3},$ $0\le x\le\frac{2\pi}{3};$
3) $y=-\frac{2}{x},\ x=-2,\ x=-1;$
4) $(y-x)^2=x^5,\ x=4;$
5) $\begin{cases} x=a\,(2\cos t-\cos 2t)\\ y=a\,(2\sin t-\sin 2t)\end{cases};$
6) $r=a\sin 3\varphi.$

В.14 1) $y=x^2+1,\ y=-x^2+3;$
2) $y=\sin x,\ y=\cos x,\ y=0;$
3) $y=\frac{1}{1+x^2},\ y=\frac{x^2}{2};$
4) $y=3x^{\frac{1}{3}},\ y=0,\ x=1,\ x=8;$
5) $\begin{cases} x=2t-\sin t\\ y=2-\cos t\end{cases};$
6) $r^2=\sin 4\varphi.$

В.15 1) $y=x^2,\ y=-x^2+2;$
2) $y=\begin{cases} 2\cos x, & -\frac{\pi}{2}\le x\le 0\\ -x+2, & 0<x\le 2\end{cases},$ $y=0;$
3) $y=e^x,\ y=1,\ x=2;$
4) $y^2=(1-x^2)^3;$
5) $x=\cos t,\ y=3\sin t\cos^2 t;$
6) $r=a\sin\varphi\cos^2\varphi,\ a>0.$

II. Найти длину дуги, заданной уравнениями:

В.1 1) $y=2-e^x,\ \frac{1}{2}\ln 3\le x\le\frac{1}{2}\ln 8;$
2) $\rho=8\cos\varphi,\ 0\le\varphi\le\frac{\pi}{4};$
3) $\begin{cases} x=6\,(\cos t+t\sin t)\\ y=6\,(\sin t-t\cos t)\end{cases},$ $0\le t\le\pi.$

В.2

1) $y = x^2 - 2x + 3,\ 0 \le x \le 1;$
2) $r = 3\,(1 + \cos\varphi);$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 4\sqrt{2}\sin t \\ y = \sin 2t \end{array} \right. .$

В.3 1) $y = \frac{4}{9}\,(2 - x)^3\,,\ x = 1;$
2) $r = \frac{4\sin^2\varphi}{\cos\varphi},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = t^2 \\ y = \frac{t}{3}\,(t^2 - 3) \end{array} \right. .$

В.4 1) $y = \sqrt{x - x^2} + \arcsin\sqrt{x};$
2) $r = 2\sin^3\frac{\theta}{3};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt{2}\sin t \\ y = \cos t \end{array} \right. .$

В.5 1) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2},\ 1 \le x \le 3;$
2) $r = 4\,(\sin\varphi + \cos\varphi);$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = \cos^5 t \\ y = \sin^5 t \end{array} \right. .$

В.7 1) $y = \ln\cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{6};$
2) $r = 5\,(1 - \cos\varphi)\,,$
$0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 2\cos t \\ y = 4\sin t \end{array} \right. .$

В.8 1) $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2} + 3,$
$0 \le x \le 1;$
2) $r = 4\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{3}{4};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 2\,(\cos t + \sin t) \\ y = 2\,(-\cos t + \sin t) \end{array} \right. ,$
$\frac{\pi}{4} \le t \le \frac{3\pi}{4}.$

В.9 1) $y = 2 - e^x,\ \frac{1}{2}\ln 3 \le x \le \frac{1}{2}\ln 8;$
2) $r = 8\cos\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 6\,(\cos t + \sin t) \\ y = 6\,(\sin t - \cos t) \end{array} \right. ,$
$0 \le t \le \pi.$

В.10 1) $y = 1 - \ln\sin x,\ \frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{2};$
2) $r = 2\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{3}{4};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 4\,(t - \sin t) \\ y = 4\,(1 - \cos t) \end{array} \right. .$

В.11 1) $y = \sqrt{1 - x^2} + \arccos x,$
$0 \le x \le \frac{8}{9};$
2) $r = 2\sin\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{6};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 2\cos^3 t \\ y = 2\sin^3 t \end{array} \right. .$

В.12 1) $y = \ln x,\ \sqrt{3} \le x \le \sqrt{8};$
2) $r = 2 + \cos\varphi;$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = (t^2 - 2)\sin t + 2t\cos t \\ y = (2 - t^2)\cos t + 2t\sin t \end{array} \right. ,$
$0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

В.13 1) $y = \mathrm{ch}x,\ 0 \le x \le 2;$
2) $r = \frac{1}{\varphi},\ \frac{3}{4} \le \varphi \le \frac{4}{3};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 3\,(\cos t + t\sin t) \\ y = 3\,(\sin t - t\cos t) \end{array} \right. ,$
$0 \le t \le \pi.$

В.14 1) $x^2 + y^2 = R^2;$
2) $r = 2\,(1 - \cos\varphi)\,,$
$\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \pi;$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = e^t\,(\cos t + \sin t) \\ y = e^t\,(\cos t - \sin t) \end{array} \right. ,$
$0 \le t \le \frac{3\pi}{2}.$

В.15 1) $y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2},$
$0 \le x \le \frac{15}{16};$
2) $\rho = 6e^{\frac{12}{5}\varphi},\ -\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2};$
3) $\left\{ \begin{array}{l} x = 10\cos^3 t \\ y = 10\sin^3 t \end{array} \right. .$

III. Вычислить объем тела, полученного от вращения вокруг оси а) OX, b) OY трапеции, заданной уравнениями:

В.1 a) $xy = 4,\ y = 0,\ x = 1,\ x = 4;$

b) $(y-3)^2 = 3x,\ x = 3.$

В.2 a) $4x^2 + y^2 = 4;$

b) $x = e^t \sin t,\ y = e^t \cos t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}.$

В.3 a) $y = \sqrt{x}e^x,\ x = 1,\ y = 0;$

b) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1,\ y = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{2}.$

В.4 a) $y = x^2,\ y = 1,\ x = 2;$

b) $y = \arccos x,\ y = \arcsin x,\ x = 0.$

В.5 a) $y = x^2 - 6,\ y = 0;$

b) $y = (x-2)^2,\ x = 3,\ y = 0.$

В.6 a) $y = -x^2 + \sqrt{x} - 6,\ y = 0;$

b) $y = \arccos \frac{x}{3},\ y = \arccos x,\ y = 0.$

В.7 a) $y = x^2 + 2,\ x = 1,\ y = 1;$

b) $y = \ln x,\ x = 2,\ y = 0.$

В.8 a) $y = 2x - x^2,\ y = -x + 2;$

b) $y = x^3,\ y = x^2.$

В.9 a) $y = 1 - x^2,\ y = x^2 + 2,\ x = 0,\ x = 1;$

b) $y = x^3,\ y = x.$

В.10 a) $y = -x^2 + 5x - 6,\ y = 0;$

b) $y = x^2,\ x = 2,\ y = 0.$

В.11 a) $y = 5\cos x,\ y = \cos x,\ x = 0;$

b) $y = x^2,\ y = x,\ x = 0,\ x = 1.$

В.12 a) $y = x^2,\ y^2 = x;$

b) $y = \arccos x,\ y = \arcsin x,\ y = 0.$

В.13 a) $y = \mathrm{tg} x,\ y = \mathrm{ctg} x,\ x = \frac{\pi}{6};$

b) $y = \frac{x^2}{4},\ y = 1,\ y = 5.$

В.14 a) $y = 2x - x^2,\ y = 4x - 2x^2;$

b) $y = \arcsin \frac{x}{5}.$

В.15 a) $x^2 (y-2)^2 = 1;$

b) $y = (x-1)^2,\ x = 2,\ y = 0.$

IV. Вычислите интегралы:

В.1 1) $\displaystyle\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^2}};$

2) $\displaystyle\int_0^{\pi} \left(2x^2 + 4x + 7\right) \cos 2x dx;$

3) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^5} dx;$

4) $\displaystyle\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(4+x^2)};$

5) $\displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{x dx}{\sqrt{x-x^2}}.$

B.2 1) $\int\limits_{-3\pi}^{0} \left(x^2+6x+9\right)\sin 2x dx$;

2) $\int\limits_{0}^{\infty} xe^{-2x}dx$;

3) $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2}dx$;

4) $\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{3}}{3}} \frac{dx}{\sqrt{\left(1+x^2\right)^3}}$;

5) $\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{4x-3x^2}}$.

B.3 1) $\int\limits_{0}^{2\pi} \left(3x^2+5\right)\cos 2x dx$;

2) $\int\limits_{0}^{1} x^3\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}dx$;

3) $\int\limits_{0}^{\infty} e^{-x}\cos x dx$;

4) $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2}dx$;

5) $\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{\sqrt{3x-2-x^2}}$.

B.4 1) $\int\limits_{0}^{2\pi} \left(3-7x^2\right)\cos 2x dx$;

2) $\int\limits_{0}^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{1+x^2}}$;

3) $\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}}$;

4) $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{\sqrt{x}dx}{\left(x+4\right)^2}$;

5) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^5dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

B.5 1) $\int\limits_{-4\pi}^{0} \left(x^2+7x+12\right)\cos x dx$;

2) $\int\limits_{0}^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}}$;

3) $\int\limits_{0}^{1} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^5}dx$;

4) $\int\limits_{0}^{\infty} \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^3}$;

5) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^3dx}{\sqrt{1-x^2}}$.

B.6 1) $\int\limits_{0}^{1} x^2e^{3x}dx$;

2) $\int\limits_{0}^{\infty} x^2e^{-\frac{3}{2}}dx$;

3) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$;

4) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{(9+x^2)^3}}$;

5) $\int\limits_0^{4} \frac{x^2dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

B.7 1) $\int\limits_{-2}^{0} \left(x^2+2\right) e^{\frac{x}{2}} dx$;

2) $\int\limits_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx$;

3) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$;

4) $\int\limits_0^{4\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(16+x^2)^3}}$;

5) $\int\limits_2^{3} \frac{xdx}{\sqrt{6x-8-x^2}}$.

B.8 1) $\int\limits_0^{\pi} \left(x^2-3x+2\right) \sin x dx$;

2) $\int\limits_0^{2} x\sqrt[3]{4-x^2}dx$;

3) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{(1+x^2)^3}$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{(4+x^2)^2}$;

5) $\int\limits_0^{1} \ln(1-x)\, dx$.

B.9 1) $\int\limits_{-\pi}^{0} \left(x^2+4x+3\right) \cos x dx$;

2) $\int\limits_{\sqrt{2}}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$;

3) $\int\limits_{\frac{2}{\sqrt{3}}}^{1} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{(1+x)^2}dx$;

5) $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{dx}{\sqrt{x-x^2}}$.

B.10 1) $\int\limits_{-2\pi}^{0} (x+2)^2 \cos 3x dx$;

2) $\int\limits_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1} \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^4}dx$;

3) $\int\limits_1^{\frac{\sqrt{2}}{3}} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^4}dx$;

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{xdx}{(1+x)^4}$;

5) $\int\limits_0^{1} \ln x dx$.

B.11 1) $\int\limits_1^2 x\ln^2 x dx;$

3) $\int\limits_1^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^3}dx;$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{e^x+1};$

2) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^2}};$

5) $\int\limits_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{4x-3-x^2}}.$

B.12 1) $\int\limits_1^{e^2} \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}};$

3) $\int\limits_{2\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4};$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{\sqrt{x}dx}{(9+x)^2};$

2) $\int\limits_0^2 x\sqrt{(4-x^2)^3}dx;$

5) $\int\limits_0^2 \frac{x^4dx}{\sqrt{4-x^2}}.$

B.13 1) $\int\limits_0^{2\pi} \left(1-8x^2\right)\cos 4xdx;$

3) $\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^1 \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}};$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+2x+4};$

2) $\int\limits_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{x^3dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}};$

5) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{3x-2-x^2}}.$

B.14 1) $\int\limits_1^e \sqrt{x}\ln^2 xdx;$

4) $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{(9-x^2)^2};$

2) $\int\limits_0^2 x\sqrt[3]{(4-x^2)^3}dx;$

5) $\int\limits_2^3 \frac{dx}{\sqrt{6x-8-x^2}}.$

3) $\int\limits_0^{3\sqrt{3}} \frac{x^3dx}{\sqrt{9+x^2}};$

B.15 1) $\int\limits_0^{\pi} \left(8x^2+16x+17\right)\cos 4xdx;$

2) $\int\limits_{\infty}^1 x^2\sqrt{(1-x^2)^3}dx;$

3) $\int\limits_{1}^{2\sqrt{3}} \frac{\sqrt{(x^2-1)^3}}{x^6} dx;$

4) $\int\limits_{0}^{\infty} x^2 e^{-x} dx;$

5) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^4 dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Интегрирование простейших иррациональностей и других иррациональных выражений.
16) Подстановки Эйлера.
17) Биномиальные дифференциалы.
18) Интегрирование тригонометрических функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

1) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
2) Суммы Дарбу и их свойства.
3) Критерий интегрируемости функций.
4) Классы интегрируемых функций.
5) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
6) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
7) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
8) Формула Ньютона-Лейбница.
9) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
10) Квадрируемые фигуры. Критерий квадрируемости.
11) Площадь плоской фигуры в прямоугольной системе координат и при параметрическом задании кривой.
12) Площадь плоской фигуры в полярной системе координат.
13) Вычисление объемов тел.
14) Функции ограниченной вариации и их свойства.
15) Длина дуги в прямоугольной системе координат.
16) Длина дуги при параметрическом задании кривой и в полярной системе координат.
17) Площадь поверхности тел вращения.
18) Физическое применение определенного интеграла.
19) Интеграл Стилтьеса.
20) Несобственные интегралы 1 рода.
21) Несобственные интегралы 2 рода.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №3

1) Основные понятия темы "Числовые ряды".
2) Арифметические и геометрические ряды.
3) Основные свойства числовых рядов.
4) Необходимый признак сходимости.
5) Гармонический и обобщенный гармонический ряды.
6) Критерий сходимости числового ряда.
7) Критерий сходимости знакоположительного ряда.
8) Признаки сходимости знакоположительных рядов.
9) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
10) Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
11) Функциональные последовательности и ряды.
12) Равномерная сходимость функционального ряда.
13) Свойства суммы функционального ряда.
14) Степенные ряды. Теорема Абеля.
15) Интервал сходимости степенного ряда.
16) Разложение в ряд Тейлора функции.
17) Разложение в ряд Тейлора функций.
18) Разложение в ряд Тейлора функции (биномиальный ряд).
19) Разложение в ряд Тейлора функции (логарифмический ряд).
20) Разложение в ряд Тейлора обратных тригонометрических функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Контрольная работа №1

I. Вычислите неопределенные интегралы:

В.1 1) $\int\left(\frac{x^2}{1+x^6}+e^{5-3x}\right)dx$;

2) $\int\frac{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[6]{x}}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)x}dx$;

3) $\int\frac{dx}{6x^2+x-2}$;

4) $\int\sqrt{x}\mathrm{arctg}\sqrt{x}dx$;

5) $\int\sin 2x\cdot\cos 3xdx$.

В.2 1) $\int\left((x+2)^{15}+\mathrm{tg}x\right)dx$;

2) $\int(x+1)\cos 2xdx$;

3) $\int\frac{3x+1}{(x+1)(x^2+1)^2}dx$;

4) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}+\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{\cos^3 xdx}{1+\sin x}$.

В.3 1) $\int\left((2+3x)^{14}-\frac{1}{\sin^2(9x+1)}\right)dx$;

2) $\int(x+1)e^x dx$;

3) $\int\frac{x^2-5x+9}{x^2-5x+6}dx$;

4) $\int\frac{\sqrt{x}dx}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}$;

5) $\int\cos\frac{x}{4}\sin\frac{x}{3}dx$.

В.4 1) $\int\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}-\frac{1}{\sin 2x}\right)dx$;

2) $\int(4x-1)\ln xdx$;

3) $\int\frac{dx}{x(x^2+1)}$;

4) $\int\frac{xdx}{\sqrt{x}+x\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{\sin^4 x}{\cos^6 x}dx$.

В.5 1) $\int\left(tg4x-xe^{x^2}\right)dx$;

2) $\int(2x+3)\sin xdx$;

3) $\int\frac{x^4+3x^3-1}{x^2+2x+1}dx$;

4) $\int x^2\sqrt[3]{(x+1)^2}dx$;

5) $\int\frac{\sin^3 x}{\cos^8 x}dx$.

В.6 1) $\int\frac{xdx}{(x-2)^2}$;

2) $\int\cos\left(2x-\frac{3\pi}{4}\right)\cos\left(4x+\frac{7\pi}{4}\right)dx$;

3) $\int(1-3x)\cos xdx$;

4) $\int\left(\frac{4}{\cos^2\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)}-\frac{2}{\sqrt{x^2-4}}\right)dx$;

5) $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}\left(1+2\sqrt[3]{x}\right)^3}$.

В.7 1) $\int\left(\frac{1}{\sqrt[4]{9x-7}}+6^{5x+2}\right)dx$;

2) $\int\frac{\left(x^2+2\right)dx}{(x+1)^2(x-1)}$;

3) $\int(3-4x)\cos xdx$;

4) $\int\frac{dx}{\sqrt[6]{x^5}+4\sqrt{x}}$;

5) $\int\frac{dx}{(1+\cos x)\sin x}$.

В.8 1) $\int\left(\frac{1}{\cos 2x}-\frac{x^2}{\sqrt[3]{1-x^3}}\right)dx$;

2) $\int\left(x^2+2x\right)e^x dx$;

3) $\int\frac{x^2-7x-6}{(x^2+9)(x-3)}dx$;

4) $\int\frac{x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2}}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)}dx$;

5) $\int\frac{dx}{4\cos x-3\sin x-5}$.

В.9

1) $\int \left(\sqrt[3]{(x+1)^5} - \frac{x}{x^2+3} \right) dx;$

2) $\int \ln x dx;$

3) $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10};$

4) $\int \frac{dx}{3x+\sqrt[3]{x^2}};$

5) $\int \cos^3 x \sin^8 x dx.$

B.10 1) $\int \left(\frac{x^2}{x^3+3} - \frac{1}{x^2+4} \right) dx;$

2) $\int \mathrm{arctg} x dx;$

3) $\int \frac{x^3-2x^2+3}{(x-1)^2} dx;$

4) $\int \frac{1-2\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}} dx;$

5) $\int \sin^4 \frac{x}{8} dx.$

B.11 1) $\int \left(\frac{x^7}{x^8+7} - \frac{1}{3x^2-12} \right) dx;$

2) $\int x^3 e^x dx;$

3) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+10} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+\sqrt[3]{x^2}};$

5) $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx.$

B.12 1) $\int \left(\frac{9-x}{3+\sqrt{x}} + \frac{1}{\sin^2 3x} \right) dx;$

2) $\int (3x+4)\, e^{3x} dx;$

3) $\int \frac{\left(x^2+x-2\right) dx}{(x-2)(x^2-2x+4)};$

4) $\int \frac{\left(x+\sqrt[6]{x}\right) dx}{x\left(1+\sqrt[3]{x}\right)};$

5) $\int \sin^4 x \cos^2 x dx.$

B.13 1) $\int \left(\frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} + \frac{x}{x^2+1} \right) dx;$

2) $\int \frac{x dx}{\cos^2 2x};$

3) $\int \frac{(3x-1) dx}{x^2-x+1};$

4) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}\left(1+\sqrt[3]{x}\right)};$

5) $\int \frac{dx}{\cos x \sin^3 x}.$

B.14 1) $\int \left(\frac{x^4+5x\sqrt{x}}{\sqrt{x}} + \cos 3x \right) dx;$

2) $\int e^{x^2} x dx;$

3) $\int \frac{x^4+x+4}{x^4+4x^2} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3}+1}.$

5) $\int \frac{dx}{\sin x \cos^3 x}.$

B.15 1) $\int \left(\frac{x^4}{\sqrt{4+x^5}} + \mathrm{ctg} x \right) dx;$

2) $\int (x^2+1)\, e^x dx;$

3) $\int \frac{2x^2-4x+24}{3x^3-24} dx;$

4) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3}+1}.$

5) $\int \mathrm{tg}^5 x dx.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2

Контрольная работа № 2

I. Вычислите определенные интегралы:

В.1 1) $\int\limits_0^1 \frac{e^x dx}{1+e^{2x}}$; 2) $\int\limits_2^5 \frac{dx}{\sqrt{5+4x-x^2}}$.

В.2 1) $\int\limits_0^{\pi} \sin 9x \cos 3x dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x-1}$.

В.3 1) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx$; 2) $\int\limits_0^3 \ln(x+3)\, dx$.

В.4 1) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^5 x \sin 2x dx$; 2) $\int\limits_0^{e-1} \ln(x+1)\, dx$.

В.5 1) $\int\limits_0^a \sqrt{a^2-x^2} dx$; 2) $\int\limits_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx$.

В.6 1) $\int\limits_{\ln 2}^{2\ln 2} \frac{dx}{e^x-1}$; 2) $\int\limits_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin\frac{1}{x}}{x^2} dx$.

В.7 1) $\int \frac{dx}{1+e^x}$; 2) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$.

В.8 1) $\int \frac{dx}{1+e^x}$; 2) $\int \frac{dx}{1-\sin x}$.

В.9 1) $\int\limits_0^1 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x dx$.

В.10 1) $\int\limits_0^1 x e^{-x} dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} ctg^4 \varphi d\varphi$.

В.11 1) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x+\sin x}{1+\cos x} dx$; 2) $\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{2x+x^2}}$.

В.12 1) $\int\limits_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; 2) $\int\limits_0^{2\pi} \frac{dx}{5-3\cos x}$.

В.13 1) $\int\limits_0^{\ln 2} \sqrt{e^x-1} dx$ 2) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \frac{x^2 dx}{\sqrt{(4-x^2)^3}}$.

В.14

1) $\int\limits_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin \sqrt{x} dx$.

В.15 1) $\int\limits_1^e \sqrt{x} \ln^2 x dx$; 2) $\int\limits_0^{\frac{3}{\pi}} 3x \sin 2x dx$.

II. Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1 $y^2 = 16 - 8x,\ y^2 = 24x + 48.$

В.2 $y^2 = x,\ y = x^2.$

В.3 $y = \ln\left(x^2 - 1\right),\ 2 \le x \le 3.$

В.4 $y = \ln x,\ y = 0,\ x = e.$

В.5 $y = 0,25x^2,\ y = 3x - 0,5x^2.$

В.6 $xy = 4,\ x + y - 5 = 0.$

В.7 $x^2 - 3x = y,\ y + 3x - 4 = 0.$

В.8 $y^2 = 16x,\ y = 4x.$

В.9 $y = 2x - x^2,\ y = -x.$

В.10 $y = \sqrt{|x|},\ y = 0,\ x = -4,$ $x = 1.$

В.11 $x = 1 - 3y^2,\ x = -2y^2.$

В.12 $y = x^2 \ln x,\ y = 0.$

В.13 $y = \arccos x,\ y = 0,\ x = 0.$

В.14 $x = a \cos t,\ y = b \sin t;$

В.15 $y = 4 - (x-1)^2,$ $y = (x-2)^2 - 1.$

III. Вычислите длину дуги кривой, заданной уравнением:

В.1 $x = \cos^5 t,\ y = \sin^5 t.$

В.2 $y = 2\sqrt{x},\ 0 \le x \le 1.$

В.3 $x^2 + y^2 = R^2.$

В.4 $r = a\varphi.$

В.5 $y = \ln \sin x,\ \frac{\pi}{3} \le x \le \frac{\pi}{2}.$

В.6 $x = t^2,\ y = \frac{t}{3}\left(t^2 - 3\right).$

В.7 $r = 1 - \cos\varphi.$

В.8 $r = 3\varphi,\ 0 \le \varphi \le \frac{4}{3}.$

В.9 $y = 1 - \ln \cos x,\ 0 \le x \le \frac{\pi}{4}.$

В.10 $y = \ln\left(x^2 - 1\right),\ 2 \le x \le 3.$

В.11 $x = a\left(2\cos t - \cos 2t\right),$ $y = a\left(2\sin t - \sin 2t\right).$

В.12 $y = \frac{x^2}{4} - \frac{\ln x}{2},\ 1 \le x \le 2.$

В.13 $y = \sqrt{2}e^{\varphi},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}.$

В.14 $y = \ln x$ от $\left(\sqrt{3};\ \ln\sqrt{3}\right)$ до $\left(\sqrt{8};\ \ln\sqrt{8}\right).$

В.15 $r = a\cos^3\frac{\varphi}{3},\ 0 \le \varphi \le \frac{\pi}{4}.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Найти сумму ряда:
   $1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}}+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n}{(2n+1)!!};$
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^6+1}};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(\frac{\pi}{n+1})}{3^n};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cdot n^5}{n!};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n\cdot 3^n};$
5. Разложить в ряд по степеням (x-2) функцию:
   $y = \frac{1}{1-x};$
6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\cos 0.3$

Вариант 2

1. Найти сумму ряда:
   $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}\right)+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{2^n(2n+1)};$
   б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{(2n-3)^2}};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3n+1}{5n-1};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{2n-1};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}\left(\frac{n}{e}\right)^n x^n;$
5. Разложить в степенной ряд функцию:
   $y = x\cos 3x;$
6. Вычислить с точностью до 0.001:
   $\int\limits_0^1 e^{-x^2}dx$

Вариант 3

1. Найти сумму ряда:
   $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)}+\ldots;$
2. Исследовать на сходимость:
   а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{4n-3}{\sqrt{n3^n}};$
   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^{n+1}}{n^n};$
   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+1}};$
3. Исследуйте характер сходимости:
   $\sum\limits_{n=0}^{\infty}\frac{\cos n\alpha}{2^n};$
4. Найдите область сходимости:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}x^n;$
5. Разложить по степеням x функцию:
   $y = \frac{x}{(1-x)^2};$
6. Вычислить с точностью до 10^{-4} :
   $\sin 18^\circ$

Вариант 4

1. Найти сумму ряда:
   $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n-2)(3n+1)};$

2. Исследовать на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt{n}}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{\frac{n}{5}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)}$;

4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \arcsin x$;

6. Вычислить с точностью до 10^{-4} :
$\ln 1.2$

Вариант 5

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+3^n}{4^n}$;

2. Исследовать на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{4^{2n+1}}{3^{3n-1}}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(2n)!!}$;

в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{\ln n}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin(\frac{n\pi}{3})$;

4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n7^n}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \cos^2 x$;

6. Вычислить с точностью до 10^{-3} :
$\ln 3$

Вариант 6

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$;

2. Исследовать на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{2^n}$;

б) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\ln^2(n+3)}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^{n+1}}{n^n}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n\sqrt[3]{n}}$;

4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n^2}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \frac{1}{4-x^4}$;

6. Вычислить $\sqrt[10]{1000}$

Вариант 7

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+2^n}{5^n}$;

2. Исследовать на сходимость:

а) $1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{4}{7} + \ldots$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi}{n+2})}{3^n}$;

3. Исследуйте на сходимость ряд:
$\frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2\ln 4} + \frac{1}{3\ln 6} - \frac{1}{4\ln 8} + \ldots$;

4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \ln(10 + x)$;

6. Вычислить $\sqrt{5}$

Вариант 8

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+3)(2n+5)}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^4-9}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{n+1}}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n \cdot 10^{n-1}}$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 1$:
$y = e^{2x}$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^{\frac{1}{3}} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}$

Вариант 9

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^{n-1}2^n}{5^n}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^6+1}}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{\cos nx}{2^n}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n+1)} \cdot x^n$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \ln(x^2 + 5x + 6)$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^1 \cos x^2 dx$

Вариант 10

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+2)}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^{\frac{n}{2}}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-2)^n$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{7^n \cdot n!}{n^n}$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{(n+1)!} \cdot (x+5)^{2n+1}$;
5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = \frac{\pi}{2}$:
$y = \cos x$;
6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{\arcsin x}{x} dx$

Вариант 11

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3+4^n}{7^n}$;
2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n+1}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin^n\left(\frac{1}{2^{n-1}}\right)$;
в) $\frac{\ln 2}{4} + \frac{\ln 3}{9} + \frac{\ln 4}{16} + \frac{\ln 5}{25} + \ldots$;
3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln(n+1)}$;
4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{(x-4)^{2n-1}}{2n-1}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \int\limits_0^x e^{-t^2} dt$;

6. Вычислить $\sqrt[3]{10}$

Вариант 12

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$;

2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n \cdot 2^n}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^3+1}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\alpha}{5^n}$;

4. Найдите область сходимости:
$1 + 2!x + 3!x^2 + 4!x^3 + \ldots$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_{10}^{100} \frac{\ln(1+x)}{x} dx$

Вариант 13

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5+(-1)^n 4^n}{7^n}$;

2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n-1}\right)^n$;
в) $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n+1}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{2^n}$;

4. Найдите область сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = x \cos \sqrt{x}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\ln 2$

Вариант 14

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-3)(2n+1)}$;

2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(n+1)^2(n+2)^2}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+1}{5n}\right)^{3n}$;
в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt[3]{(n+1)^5}}$;

3. Исследуйте характер сходимости:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2-1}}$;

4. Найдите область сходимости:
$x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \ldots$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 0$:
$y = \ln \frac{1+x}{1-x}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001:
$\int\limits_0^{0.2} \sqrt[3]{1+x^2} dx$

Вариант 15

1. Найти сумму ряда:
$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n+2^n}{6^n}$;

2. Исследовать на сходимость:
а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{(2n-1)!!}$;
б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2}{n}$;
в) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$;

3. Исследуйте характер сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{2n+1}{n(n+1)}$;

4. Найдите область сходимости: $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n\sqrt[3]{\sin^n x}$;

5. Разложить в степенной ряд, если $x_0 = 2$: $y = \frac{1}{x^2-4x+3}$;

6. Вычислить с точностью до 0.001: $\int\limits_0^1 \frac{\sin x}{x}dx$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к зачету

1) Понятие первообразной и неопределенного интеграла.
2) Теорема о множестве всех первообразных.
3) Свойства неопределенного интеграла.
4) Таблица интегралов.
5) Метод интегрирования путем подведения к табличным интегралам.
6) Теорема о замене переменной.
7) Метод подведения под знак дифференциала.
8) Теорема об интегрировании по частям.
9) Метод интегрирования по частям.
10) Циклические интегралы. Рекуррентная формула.
11) Интегрирование различных видов простейших дробей.
12) Интегрирование правильных дробей.
13) Интегрирование рациональных функций (в том числе неправильных дробей).
14) Метод неопределенных коэффициентов.
15) Понятие определенного интеграла. Необходимый признак интегрируемости.
16) Суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости функций.
17) Классы интегрируемых функций.
18) Свойства определенного интеграла, выраженные равенствами.
19) Свойства определенного интеграла, выраженные неравенствами.
20) Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
21) Формула Ньютона-Лейбница.
22) Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле.
23) Квадрируемые фигуры. Площади плоских фигур в различных системах координат.
24) Вычисление объемов тел.
25) Длина дуги в различных системах координат.
26) Физическое применение определенного интеграла.
27) Несобственные интегралы 1 рода.
28) Несобственные интегралы 2 рода.
29) Основные понятия темы "Числовые ряды".
30) Арифметические и геометрические ряды.
31) Основные свойства числовых рядов.
32) Необходимый признак сходимости.
33) Гармонический и обобщенный гармонический ряды.
34) Признаки сходимости знакоположительных рядов.
35) Признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
36) Абсолютно и условно сходящиеся ряды.
37) Функциональные последовательности и ряды.
38) Степенные ряды. Теорема Абеля.
39) Интервал сходимости степенного ряда.
40) Разложение в ряд Тейлора функций.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений, вынесенных на зачет, и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем, вынесенных на зачет; - решены все индивидуальные задания; - контрольные работы и коллоквиумы были сданы на оценки не ниже чем УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО.	"Зачтено"
- студент не знает формулировки определений, вынесенных на зачет, или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем, вынесенных на зачет; - индивидуальные задания решены не в полном объеме; - контрольные работы и коллоквиумы не были сданы либо сданы на оценки НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО.	"Не зачтено"

3 СЕМЕСТР

Оценочное средство

Индивидуальное задание №1

Часть I.

1. Дать описание и построить графики следующих функций:

В1. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В2. а) $z = x - 3y + 2$,
б) $z = x - y + 1$,
в) $z = 2x^2 + 2y^2$;

В3. а) $z = 4 + 3y - 4x$,
б) $z = 2x^2 + 25y^2$,
в) $z = x + y$;

В4. а) $z = x - 7y + 8$,
б) $z = -5x^2 - 5y^2$,
в) $z = -2x - 3y$;

В5. а) $z = x - 2y - 1$,
б) $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$,
в) $z = y - 2x$;

В6. а) $z = 7x + 3y - 2$,
б) $z = -x^2 - y^2$,
в) $z = x + 3y$;

В7. а) $z = x - 4y + 1$,
б) $z = x - 5y$,
в) $z = 2x^2 + 5y^2$;

В8. а) $z = \dfrac{y - 2x + 4}{2}$,
б) $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$,
в) $z = y - x$;

В9. а) $z = -\sqrt{9 - x^2 - y^2}$,
б) $z = \dfrac{1}{2}x - y$,
в) $z = 4y - x - 3$;

В10. а) $z = x - \dfrac{1}{2}y + 1$,
б) $z = \dfrac{x^2 + y^2}{2}$,
в) $z = -x + 5y$;

В11. а) $z = \sqrt{4 - 4x^2 - y^2}$,
б) $z = 3x - y$,
в) $z = x + \dfrac{1}{2}y + \dfrac{1}{2}$;

В12. а) $z = 3x + 4y - 12$,
б) $z = \dfrac{x + y}{3}$,
в) $z = -\sqrt{1 - x^2 - 9y^2}$;

В13. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В14. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В15. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В16. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В17. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В18. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В19. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$;

В20. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = y - 2x$,
в) $z = 3x - y - 1$.

2. Начертить семейство линий уровня следующих функций:

В1. а) $z = x^2 + \dfrac{y^2}{4}$,
б) $z = 3x + 3y$;

В2. а) $z = xy$,
б) $z = x + y - 1$;

В3. а) $z = \dfrac{2x}{3y}$,
б) $z = \dfrac{x^2}{2} + y$;

В4. а) $z = x + 2y$,
б) $z = x^2 - y^2$;

В5. а) $z = x^2 + 3y^2$,
б) $z = 2y - x + 4$;

В6. а) $z = 3xy$,
б) $z = 2x - y - 2$;

В7. а) $z = 4x^2 + y^2$,
б) $z = \dfrac{x}{y}$;

В8. а) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,
б) $z = 2x - y$;

В9. а) $z = 2y + 5x$,
б) $z = \sqrt{x^2 + \dfrac{1}{9}y^2}$;

В10. а) $z = 5x + y + 1$,
б) $z = -2xy$;

В11. а) $z = x - y - 3$,
б) $z = -\sqrt{x^2 + \dfrac{1}{2}y^2}$;

В12. а) $z = x - 2y - 4$,
б) $z = 4x^2 - y^2$;

В13. а) $z = x + \dfrac{1}{2}y$,
б) $z = \sqrt{4x^2 + 9y^2}$;

В14. а) $z = 2x - 5y + 2$,
б) $z = -\sqrt{25 - x^2 - y^2}$;

В15. а) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$,
б) $z = -3x - y$;

В16. а) $z = 7x - 2y$,
б) $z = y^2 - x^2$;

В17. а) $z = 3x^2 + 5y^2$,
б) $z = x - 3y$;

В18. а) $z = 1 + 2x + y$,
б) $z = -\sqrt{1 - x^2 - y^2}$;

В19. а) $z = \dfrac{1}{4}x^2 + \dfrac{1}{2}y^2$,
б) $z = 5 - x - y$;

В20. а) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$,
б) $z = -\dfrac{1}{2}x + y$.

3. Найти и изобразить области определения следующих функций:

В1. а) $z = \ln(x^2 + y^2 - y)$,
б) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x} - y}$,
в) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x - y}} + \dfrac{1}{\sqrt{x + y}}$,
г) $z = \sqrt{x^2 + y^2 - 4}$,
д) $z = \arcsin(x - 2) - \sqrt{y}$;

В2. а) $z = \dfrac{1}{x - 1} + \dfrac{y}{y + 1}$,
б) $z = \ln \dfrac{x}{y}$,
в) $z = \ln x - \ln y$,
г) $z = \arcsin(x^2 + y^2 - 5)$,
д) $z = \sqrt{x^2 - y} + \sqrt{x - 1}$;

В3. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{3x}} + \dfrac{1}{y}$,
б) $z = \sqrt{x^2 + 4y^2 - 4}$,
в) $z = \arcsin \dfrac{2 - x}{y}$,
г) $z = \dfrac{x + y}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}$,
д) $z = \ln(2x - \sqrt{y})$;

В4. а) $z = \sqrt{x - \sqrt{2y}}$,
б) $z = \ln x^2 y$,
в) $z = \ln y + 2\ln x$,
г) $z = \dfrac{2x}{\sqrt{4 - 9x^2 - 9y^2}}$,

д)$z=\sqrt{2x-y}+\sqrt{2x+y}$;

В5. а) $z=\arccos\dfrac{x}{y}$,

б) $z=\ln(x^2-x-y)$,

в) $z=\dfrac{1}{2x+3y}$,

г)$z=\dfrac{4x+1}{\sqrt{x^2+y^2-4}}$,

д)$z=\dfrac{\sin x}{\sqrt{y}-x+1}$;

В6. а) $z=\ln\dfrac{x}{y^2}$,

б) $z=\ln x-2\ln y$,

в) $z=\sqrt{y-x}+\sqrt{y^2-x}$,

г)$z=\dfrac{x}{x-2}+\dfrac{2y}{2y^2-1}$,

д)$z=\arccos(y^2+x^2-5)$;

В7. а) $z=\dfrac{1}{x^2-4}+\dfrac{1}{y-x}$,

б) $z=\sqrt{\sqrt{y}-4x}$,

в) $z=\ln(y^2-3x+1)$,

г)$z=\dfrac{3x^2}{2y^2+4x^2-1}$,

д)$z=\arcsin\dfrac{x+1}{2y}$;

В8. а) $z=\sqrt{x+y}+\sqrt{x^2-4}$,

б) $z=\ln x^2$,

в) $z=2\ln x$,

г)$z=\dfrac{1+2x}{\sqrt{4-x^2-y^2-4x}}$,

д)$z=\arccos(x-2\sqrt{y})$;

В9. а) $z=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}-y}$,

б) $z=\ln\dfrac{1}{\sqrt{x-y^2}}$,

в) $z=\arcsin(x+y)$,

г)$z=\ln(x^2+y^2-x)$,

д)$z=\sqrt{x^2+y^2-4}+\sqrt{9-x^2-y^2}$;

В10. а) $z=\arcsin(x^2+y^2-2)$,

б) $z=\dfrac{x}{2x+1}-\dfrac{y}{y^2-16}$,

в) $z=\operatorname{tg}(x+2y)$,

г)$z=\ln(x^2+y^2-4y)$,

д)$z=\sqrt{y-4x^2}+\sqrt{1-x}$;

В11. а) $z=\ln(x^2+y^2-3)$,

б) $z=\dfrac{4+x^2}{\sqrt{x^2-y^2}}$,

в) $z=\arcsin\dfrac{x-y}{2x}$,

г)$z=\dfrac{\sqrt{x}}{2x-x^2-y^2}$,

д)$z=\ln xy+\ln(x-y)$;

В12. а) $z=\ln(yx^4)$,

б) $z=4\ln x+\ln y$,

в) $z=\arcsin(x+3y)$,

г)$z=\dfrac{1}{\sqrt{x-y^2}}+\sqrt{x-1}$,

д)$z=\ln(9-x-x^2-y^2)$;

В13. а) $z=\dfrac{5x}{\sqrt[3]{y}-2x}$),

б) $z=\dfrac{1}{\ln(x+y)}$,

в) $z=\ln(x^2+y^2-9)$,

г)$z=\dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2-3x}}$,

д)$z=\arcsin 2y+\arcsin\dfrac{1}{\sqrt{x}}$;

В14. а) $z=\dfrac{x}{2x-3}-\dfrac{x^2}{y^2-1}$,

б) $z=\ln\dfrac{2x+1}{y}$,

в) $z=\sqrt{x-3}+\sqrt{y^2-2x}$,

г)$z=\arccos(x^2+y^2-1)$,

д)$z=\ln(x^2-x-1+y^2)$;

В15. а) $z=\dfrac{10}{x^2+y-1}$,

б) $z=\sqrt{\sqrt{x+1}-y}$,

в) $z=\dfrac{\sqrt{x}}{\lg(y-3)}$,

г)$z=\arcsin\dfrac{y-2x}{2y}$,

д)$z=\ln(x^2+y^2-x-2y)$;

В16. а) $z=\ln(x^2+y^2-5)$,

б) $z=\dfrac{5\sqrt{x}}{\sqrt{y}-10x}$,

в) $z = \dfrac{x+y}{(2x-3)y}$,

г) $z = \dfrac{1}{\ln(y-x^2-y^2)}$,

д) $z = \arccos y + \dfrac{1}{\sqrt{2x+y}}$;

В17. а) $z = \dfrac{2^x}{x+1} + \dfrac{5^y}{y^2-4}$,

б) $z = \ln(x+1)(y-5)$,

в) $z = \dfrac{4}{\lg(xy)-1}$,

г) $z = \sqrt{y^2-y+x^2-3}$,

д) $z = \arcsin(2-x^2-y^2)$;

В18. а) $z = \dfrac{3}{\ln x + \ln y}$,

б) $z = \sqrt{x-\sqrt[3]{y}}$,

в) $z = \arcsin\dfrac{y-1}{3x}$,

г) $z = \dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{2}{\ln y}$,

д) $z = \ln(y^2-4x+x^2-3)$;

В19. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$,

б) $z = \sqrt{8y-\sqrt{x}}$,

в) $z = \arccos(x+3y)$,

г) $z = \sqrt{\dfrac{x-2y}{y-2x}}$,

д) $z = \ln(x^2+y^2-3x+y)$;

В20. а) $z = \dfrac{2\sqrt{y}}{\sqrt{4x-x^2-y^2}}$,

б) $z = \ln(\sqrt{3y}-x)$,

в) $z = \sqrt{x^2-y+y^2}$,

г) $z = \ln(\ln(x+2y))$,

д) $z = \arccos\dfrac{1-2x}{5y}$.

Часть II.

1. Доказать с помощью определения предела функции в точке:

В1. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,1)}(7x+3y+1) = -3$;

В2. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,-1)}(x+y-1) = 0$;

В3. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,\frac{1}{2})}(2x-4y) = -4$;

В4. $\lim\limits_{(x,y)\to(3,-1)}(y-x+2) = -2$;

В5. $\lim\limits_{(x,y)\to(\frac{1}{2},-\frac{1}{3})}(7-2x+6y) = 4$;

В6. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,3)}(1-2x-3y) = -6$;

В7. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)}(y-3x+1) = 0$;

В8. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)}\left(\dfrac{7}{2}-3y+\dfrac{1}{2}x\right) = -2$;

В9. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,-2)}(7x+3y+1) = -5$;

В10. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)}(y+x+1) = 2$;

В11. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,12)}\left(3x-\dfrac{y}{2}+2\right) = -1$;

В12. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)}(2-x-y) = 1$;

В13. $\lim\limits_{(x,y)\to(-3,1)}(2-x-2y) = 3$;

В14. $\lim\limits_{(x,y)\to(-2,1)}(3-x-2y) = 3$;

В15. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,2)}(2x-y+3) = -1$;

В16. $\lim\limits_{(x,y)\to(-2,1)}(7y+3x-2) = -1$;

В17. $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,\frac{1}{2})}(3-4y+x) = 0$;

В18. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)}(3x-y+1) = 0$;

В19. $\lim\limits_{(x,y)\to(2,4)}(2x+3y-1) = 15$;

В20. $\lim\limits_{(x,y)\to(1,2)}(7x+3y-1) = 12$.

2. Найти пределы, если они существуют, или доказать что предел не существует:

В1. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{2x+y}{\sqrt{2x+y+1}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \dfrac{x^2-y^2}{x^2-2x+xy-2y}$, в) $\lim\limits_{\substack{x \to \pi \\ y \to 0}} \dfrac{\sin 2xy}{3y}$;

В2. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ y \to \pi}} \dfrac{\operatorname{tg}(xy - 3y)}{x - 3}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{5x^2 - 7y^2}{x^2 + 2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 0}} \dfrac{4x^2y - y^2}{\sqrt{4x^2y - y^2 + 4} - 2}$;

В3. а) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{3} \\ y \to \frac{1}{2}}} \dfrac{\operatorname{tg}(x - 2xy)}{2 - 4y}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + (x + y)^2)^{\dfrac{1}{x^2 + y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{(x + y)^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1 + 2xy} - 1}$;

В4. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to \frac{1}{3}}} \dfrac{x - 3y}{\sqrt{1 - 3y + x} - 1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2 + y^2)^{x^2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to \frac{1}{3}}} \dfrac{x^2 - (3y - 1)^2}{x^2 + (3y - 1)^2}$;

В5. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to 2}} \dfrac{4x^2 - y^2}{4x^2 + 4x - 2xy - 2y}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 2\pi}} \dfrac{\sin(2xy)}{3x}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{1}{3} \\ y \to 1}} \dfrac{2(3x - 1)^2 - (y - 1)^2}{(6x - 2)^2 + 3(y - 1)^2}$;

В6. а) $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ y \to 2}} \dfrac{xy - 2x}{\sqrt{1 - xy + 2x} - 1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^2 - 4y^2}{x^2 + 4y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 7 \\ y \to 4}} \dfrac{\sin(2(x - 7)\sqrt{y})}{3x - 21}$;

В7. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{2x^2 + 3y^2}{\sqrt{1 - 2x^2 - 3y^2} - 1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + xy)^{\dfrac{1}{x^2 + y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ y \to 1}} \dfrac{\operatorname{tg}\sqrt{x(y - 1)}}{2y - 2}$;

В8. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{x^3 + y^2}{\sqrt{4 - 3x^3 - 3y^2} - 2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (x^2 + 2y^2)^{x^3y^3}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 2 \\ y \to 2}} \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + xy - 2x - 2y}$;

В9. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 8}} \dfrac{\sin(2xy)}{x\sqrt[3]{y}}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to -3 \\ y \to 0}} \dfrac{(x + 3)^2 - 8y^2}{(x + 3)^2 + y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 5 \\ y \to 1}} \dfrac{xy - x}{\sqrt{x^2y - x^2 + 1} - 1}$;

В10. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{8x^2 + y^2 + x}{\sqrt{1 - x - 8x^2 - y^2} - 1}$, б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (1+2xy)^{\frac{1}{x^2+y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 0}} \dfrac{\operatorname{tg}(x^2y)}{xy}$;

В11. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 1}} \dfrac{x^2-4y^2}{x^2-2xy+x-2y^2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (3x^2+y^2)^{x^2y^2}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to -3\\ y\to 1}} \dfrac{x+3y}{\sqrt{1-2x-6y}-1}$;

В12. а) $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ y\to -\frac{3}{2}}} \dfrac{(x+2)^2-5(2y+3)^2}{(x+2)^2+(2y+3)^2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 4}} \dfrac{\sin(\frac{7x}{\sqrt{y}})}{2x}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} \dfrac{x+y}{\sqrt{9-2x-2y}-3}$;

В13. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 3}} \dfrac{\sin(xy-y)}{2x-2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{xy+x^2}{\sqrt{x+y+1}-1}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 1}} \dfrac{5(x-1)^2-(y-1)^2}{2(x-1)^2+3(y-1)^2}$;

В14. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{x^4+2y^2}{\sqrt{x^4+2y^2+4}-2}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (1+x^3y^3)^{\frac{1}{2x^6+y^6}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to \frac{\pi}{4}}} \dfrac{\operatorname{tg}(xy-y)}{3x-3}$;

В15. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \dfrac{4-y^2}{x^2-xy-2y+2x}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 4\\ y\to 0}} \dfrac{1}{y}\sin\dfrac{3y}{\sqrt{x^3}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -2}} \dfrac{2x+y}{\sqrt{4+4x^2+2yx}-2}$;

В16. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}} \dfrac{(x-1)y^2}{\sqrt{xy-y+1}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 0}} \dfrac{\sin(2\sqrt{x}y)}{8y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ y\to \frac{1}{2}}} \dfrac{4(x+2)^2-(2y-1)^2}{(x+2)^2+2(2y-1)^2}$;

В17. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \dfrac{xy}{\sqrt{xy^2+1}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (1+xy)^{\frac{1}{|x|+|y|}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (x+y)\dfrac{\sin(xy^2)}{x}$;

В18. а) $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \dfrac{4+x^2-y^2}{13x^2-6+3y}$, б) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^2 + 3y^2)^{\dfrac{1}{x^3y^2}}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ y \to -1}} \dfrac{x+y}{\sqrt{1-y^2+x^2}-1}$;

В19. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{3xy - y^2}{\sqrt{9-3x+y}-3}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to 3 \\ y \to 0}} \dfrac{\sin(x^3y)}{2y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 4 \\ y \to 0}} \dfrac{(x-4)^3 - 5y^2}{3(x-4)^3 + 2y^2}$;

В20. а) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \dfrac{(x-y)^2}{\sqrt{1+x^2+4y^2}-1}$,

б) $\lim\limits_{\substack{x \to \frac{\pi}{6} \\ y \to \frac{1}{2}}} \dfrac{\operatorname{tg}(x-2xy)}{2-4y}$,

в) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} (1 + x^4y^4)^{\dfrac{1}{4x^2+4y^2}}$.

3. Найти точки и линии разрыва функции и изобразить их на плоскости:

В1. а) $z = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+30y^2}}$,

б) $z = \dfrac{3x+y}{\sin x \sin y}$;

В2. а) $z = \dfrac{3}{y \sin x}$,

б) $z = \dfrac{2xy}{x^4+y^4}$;

В3. а) $z = \dfrac{x^3}{(x^2+2y^2)(y-3)}$,

б) $z = \dfrac{5\sin x}{x-y^2+1}$;

В4. а) $z = \dfrac{5y}{y-\sqrt{x}+1}$,

б) $z = \dfrac{x-2y}{x^3-8y^3}$;

В5. а) $z = \dfrac{1}{\sin 2x \cos 2y}$,

б) $z = \dfrac{\cos x}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

В6. а) $z = \dfrac{\cos xy}{x^2+y^2}$,

б) $z = \dfrac{4}{\cos x \cos y}$;

В7. а) $z = \dfrac{2x^2}{3y-x^2}$,

б) $z = \dfrac{\cos y}{\sqrt{x^2+3y^2}}$;

В8. а) $z = \dfrac{x+y}{x^3+y^3}$,

б) $z = \dfrac{5}{x-5} + \dfrac{x}{y-6}$;

В9. а) $z = \lg(x^2+y^2)$,

б) $z = \dfrac{x^2}{\sin x \sin 2y}$;

В10. а) $z = \dfrac{5x+1}{3y^2-x}$,

б) $z = \dfrac{\sin x + \cos y}{\sqrt{x^2+7y^2}}$;

В11. а) $z = \dfrac{2x-y}{8x^3-y^3}$,

б) $z = \dfrac{1-2x}{xy-1}$;

В12. а) $z = \dfrac{1}{\sin 3x} + \dfrac{3}{\sin 2y}$,

б) $z = \lg(5x^2+3y^4)$;

В13. а) $z = \dfrac{\cos 3y}{3x^2+10y^2}$,

б) $z = \dfrac{x+1}{(2x+1)\cos y}$;

В14. а) $z = \dfrac{2x}{3x+5y}$,

б) $z = \dfrac{\sin xy}{\sqrt{4x^2+y^2}}$;

B15. а) $z = \dfrac{3x - 2y}{27x^3 - 8y^3}$,

б) $z = \dfrac{\sin 3x}{x^2 - 2y + y^2}$;

B16. а) $z = \ln(7x^2 + y^2)$,

б) $z = \dfrac{4x + 2}{\cos 4x \cos y}$;

B17. а) $z = \dfrac{4x + 1}{(y - 2)\cos x}$,

б) $z = \lg(x^2 + 15y^2)$;

B18. а) $z = \dfrac{x^2 + y}{5x^2 + 6y^2}$,

б) $z = \dfrac{x + 4y}{y^2 - 2x + 2}$;

B19. а) $z = \dfrac{5y}{(x^2 + y^2)(x + 3)}$,

б) $z = \dfrac{\sin 4xy}{x^2 + y^2 - x}$;

B20. а) $z = \dfrac{3}{x(3x^2 + y^2)}$,

б) $z = \lg y^2 + \dfrac{x}{\cos y}$.

4. Построить функцию, имеющую разрыв на данных линиях:

B1. $6x - 5y = 0, 5x^2 + 6y^2 = 7$;

B2. $x^2 + y^2 = 3, x^2 - 2y^2 = 4$;

B3. $x + 4y^2 = 3, 4x^2 + y^2 = 1$;

B4. $x^2 - 4y = 3, x^2 - y^2 = 5$;

B5. $3y^2 - x = 1, 6x^2 + 5y^2 = 2$;

B6. $y = 2, x = m\pi (m \in Z)$;

B7. $x - 4y = 0, 5y - y^2 + 3x^2 = 1$;

B8. $x = 2, x + y = x^2$;

B9. $x = m\pi, y = m\pi (m \in Z)$;

B10. $y = 0, x^2 + y^2 = 3$;

B11. $x + 3y = y^2, y = \dfrac{(2k+1)\pi}{2}$;

B12. $5y - 4x^2 = 3, y = 5$;

B13. $x = y = \dfrac{(2m+1)\pi}{2} (m \in Z)$;

B14. $y^2 + 4x^2 = 4, y = 6x^2 + 1$;

B15. $3y - 2x = 3, x = m\pi (m \in Z)$;

B16. $x^2 = 1 - y, y = k\pi (k \in Z)$;

B17. $y^2 = 4x - 1, y = \dfrac{(2k+1)\pi}{2} (k \in Z)$;

B18. $3x = 5y, x = m\pi (m \in Z)$;

B19. $y = 1, x = \dfrac{(2m+1)\pi}{2} (m \in Z)$;

B20. $x^2 + y^2 = x, x = -3$.

5. Проверить непрерывность данной функции в области определения. Ответ обосновать:

B1. $f(x,y) = \begin{cases} \sqrt{16 - x^2 - y^2} & \text{,если } x^2 + y^2 \le 16 \\ 0 & \text{,если } x^2 + y^2 > 16 \end{cases}$;

B2. $f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{,если } x \ne y \\ x & \text{,если } x = y \end{cases}$;

B3. $f(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{,если } x + 1 \ne y \\ x + 1 & \text{,если } x + 1 = y \end{cases}$;

B4. $f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{,если } x\text{−иррациональное} \\ y & \text{,если } x\text{−рациональное} \end{cases}$;

B5. $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2 + y^2} & \text{,если } x \ne 0, y \ne 0 \\ 0 & \text{,если } x = y = 0 \end{cases}$;

B6. $f(x,y) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{,если } 2x + 3 = y \\ 3 & \text{,если } 2x + 3 \ne y \end{cases}$;

B7. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{9-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 9 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>9 \end{cases};$

B8. $f(x,y)=\begin{cases} y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases};$

B9. $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+2y^2} & \text{,если } (x,y)\ne(0,0) \\ 0 & \text{,если } (x,y)=(0,0) \end{cases};$

B10. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 1 & \text{,если } xy=0 \end{cases};$

B11. $f(x,y)=\begin{cases} 4y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases};$

B12. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{25-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 25 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>25 \end{cases};$

B13. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\text{−иррациональное} \\ x & \text{,если } x\text{−рациональное} \end{cases};$

B14. $f(x,y)=\begin{cases} 1 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 2 & \text{,если } xy=0 \end{cases};$

B15. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\ne y \\ x^2 & \text{,если } x=y \end{cases};$

B16. $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{y} & \text{,если } y\ne 0 \\ 0 & \text{,если } y=0 \end{cases};$

B17. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{4-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\le 4 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>4 \end{cases};$

B18. $f(x,y)=\begin{cases} 10 & \text{,если } xy\ne 0 \\ 5 & \text{,если } xy=0 \end{cases};$

B19. $f(x,y)=\begin{cases} 2y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\ne y \end{cases};$

B20. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{1-4x^2-y^2} & \text{,если } 4x^2+y^2\le 1 \\ 0 & \text{,если } 4x^2+y^2>1 \end{cases}.$

Часть III.

1. Доказать с помощью определения предела функции в точке:

B1. $\begin{cases} z=\sqrt{1-2x^2-y^2} \\ y=0 \end{cases}$,в точке$(\dfrac{1}{2},0,\sqrt{\dfrac{1}{2}})$;

B2. $\begin{cases} z=\dfrac{x^2+y^2}{5} \\ y=2 \end{cases}$,в точке$(1,2,1)$;

B3. $\begin{cases} z=x^2+\dfrac{y^2}{4} \\ y=2 \end{cases}$,в точке$(1,2,2)$;

B4. $\begin{cases} z=\sqrt{1-x^2-y^2} \\ y=\dfrac{3}{5} \end{cases}$,в точке$(0,\dfrac{3}{5},\dfrac{4}{5})$;

B5. $\begin{cases} z=2x^2+y^2 \\ y=1 \end{cases}$,в точке$(2,1,3)$;

В6. $\begin{cases} z = \frac{1}{2}(x^2+y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,1)$;

В7. $\begin{cases} z = \frac{1}{15}(x^2+y^2) \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,\frac{1}{3})$;

В8. $\begin{cases} z = x^2+\frac{1}{4}y^2 \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,2)$;

В9. $\begin{cases} z = \frac{3x^2-y^2}{4} \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,\frac{1}{2})$;

В10. $\begin{cases} z = \frac{1}{6}(x^2-y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(2,1,\frac{1}{2})$;

В11. $\begin{cases} z = 2xy \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,4)$;

В12. $\begin{cases} z = x+x^2+y^2 \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(0,1,1)$;

В13. $\begin{cases} z = \ln(x^2+y^2) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(0,1,0)$;

В14. $\begin{cases} z = 3-xy \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,2)$;

В15. $\begin{cases} z = (4x-y)^2 \\ y = 4 \end{cases}$,в точке$(1,4,0)$;

В16. $\begin{cases} z = 2xy-5x^2 \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(1,2,-1)$;

В17. $\begin{cases} z = \ln(xy) \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,0)$;

В18. $\begin{cases} z = 3xy-2 \\ y = 1 \end{cases}$,в точке$(1,1,1)$;

В19. $\begin{cases} z = y^2-4xy \\ y = 2 \end{cases}$,в точке$(\frac{1}{2},2,0)$;

В20. $\begin{cases} z = x^2-xy-y^2 \\ y = 3 \end{cases}$,в точке$(2,3,-1)$.

2. Доказать с помощью определения дифференцируемость функции в любой ее точки области определения:

В1. $z = (x-8y)^2+x$;

В2. $z = x^2+y^2$;

В3. $z = 2xy-y$;

В4. $z = (3x+y)^2+2y$;

В5. $z = (5x-8y)^2$;

В6. $z = 3-x^2-y^2+x$;

В7. $z = x^2-8x+y^2$;

В8. $z = (x+y)^2-x$;

В9. $z = y^2-xy$;

В10. $z = (x-4y)^2+x^2$;

В11. $z = x^2-3y+2y^2$;

В12. $z = 5xy-x+2y$;

В13. $z = (x-3)(y+2)$;

В14. $z = (2x-y)(x+1)$;

В15. $z = x^2-y^2-3x$;

В16. $z = (x+3y)(2y-1)$;

В17. $z = x+(y-2x)^2$;

В18. $z = (2x-y)^2$;

В19. $z = x^2+3y^2-xy$;

В20. $z = 4-x+2y^2+x^2$.

3. Найти дифференциал функции:

В1. $z = \operatorname{arctg}\frac{x+y}{x-y}$;

В2. $z = \ln\sqrt{x^2+y^2}$;

В3. $z = \arcsin\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

В4. $z = x^y+y\sqrt{x}$;

В5. $z = \ln(x^2+\sqrt[3]{y})$;

В6. $z = (\sin x)^{\cos y}$;

В7. $z = (x+y)^2+y^x$;

В8. $z = \ln\sin\frac{x}{\sqrt{y}}$;

В9. $z = \arccos\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$;

В10. $z = x^{\cos y}+\sqrt{x}$;

В11. $z = y^{\sin x}-\ln x$;

В12. $z = (\cos y)^{\sin x}$;

B13. $z=(x+1)^y+\sqrt[5]{y}$;

B14. $z=2^{xy}-\ln y$;

B15. $z=3^x+\sin(xy)$;

B16. $z=\cos^2(x^2+y^2)-\sin^2(x^2+y^2)$;

B17. $z=x^{\sin y\cos y}+\pi$;

B18. $z=\ln\cos\dfrac{\sqrt{x}}{y}$;

B19. $z=e^{\sqrt{xy}}-x^y$;

B20. $z=\cos y\sin\sqrt[3]{x}+2^{x^2}$.

4. Найти полную производную сложной функции:

B1. $z=\ln(x^2+y^2), y=\operatorname{arctg} x$;

B2. $z=x^2y+y^2x, x=\cos y$;

B3. $z=e^Ue^V, V=\dfrac{1}{U}$;

B4. $z=\xi^2\eta^3+\ln\xi, \xi=\sin\eta$;

B5. $z=\sin(xy), x=\operatorname{arctg} y$;

B6. $z=\cos\dfrac{U}{V}, V=e^{2U}$;

B7. $z=\ln(e^{\cos U}+e^{\sin V}), U=\ln V$;

B8. $z=\sqrt{(x+1)y}, x=\arcsin y$;

B9. $z=e^{\xi^2}e^{t+\xi}, \xi=\cos t^2$;

B10. $z=$;

B11. $x+3y=y^2, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}(k\in Z)$;

B12. $5y-4x^2=3, y=5$;

B13. $x=y=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

B14. $y^2+4x^2=4, y=6x^2+1$;

B15. $3y-2x=3, x=m\pi(m\in Z)$;

B16. $x^2=1-y, y=k\pi(k\in Z)$;

B17. $y^2=4x-1, y=\dfrac{(2k+1)\pi}{2}(k\in Z)$;

B18. $3x=5y, x=m\pi(m\in Z)$;

B19. $y=1, x=\dfrac{(2m+1)\pi}{2}(m\in Z)$;

B20. $x^2+y^2=x, x=-3$.

5. Проверить непрерывность данной функции в области определения. Ответ обосновать:

B1. $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{16-x^2-y^2} & ,\text{если } x^2+y^2\le 16\\ 0 & ,\text{если } x^2+y^2>16\end{cases};$

B2. $f(x,y)=\begin{cases}0 & ,\text{если } x\ne y\\ x & ,\text{если } x=y\end{cases};$

B3. $f(x,y)=\begin{cases}1 & ,\text{если } x+1\ne y\\ x+1 & ,\text{если } x+1=y\end{cases};$

B4. $f(x,y)=\begin{cases}0 & ,\text{если } x\text{−иррациональное}\\ y & ,\text{если } x\text{−рациональное}\end{cases};$

B5. $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{3xy}{x^2+y^2} & ,\text{если } x\ne 0, y\ne 0\\ 0 & ,\text{если } x=y=0\end{cases};$

B6. $f(x,y)=\begin{cases}2x+3 & ,\text{если } 2x+3=y\\ 3 & ,\text{если } 2x+3\ne y\end{cases};$

B7. $f(x,y)=\begin{cases}\sqrt{9-x^2-y^2} & ,\text{если } x^2+y^2\le 9\\ 0 & ,\text{если } x^2+y^2>9\end{cases};$

B8. $f(x,y)=\begin{cases}y & ,\text{если } x=y\\ 0 & ,\text{если } x\ne y\end{cases};$

В9. $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{3xy}{x^2+2y^2} & \text{,если } (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & \text{,если } (x,y)=(0,0) \end{cases}$;

В10. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 1 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

В11. $f(x,y)=\begin{cases} 4y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\neq y \end{cases}$;

В12. $f(x,y)=\begin{cases} \sqrt{25-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\leq 25 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>25 \end{cases}$;

В13. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x-\text{иррациональное} \\ x & \text{,если } x-\text{рациональное} \end{cases}$;

В14. $f(x,y)=\begin{cases} 1 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 2 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

В15. $f(x,y)=\begin{cases} 0 & \text{,если } x\neq y \\ x^2 & \text{,если } x=y \end{cases}$;

В16. $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\dfrac{1}{y} & \text{,если } y\neq 0 \\ 0 & \text{,если } y=0 \end{cases}$;

В17. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{4-x^2-y^2} & \text{,если } x^2+y^2\leq 4 \\ 0 & \text{,если } x^2+y^2>4 \end{cases}$;

В18. $f(x,y)=\begin{cases} 10 & \text{,если } xy\neq 0 \\ 5 & \text{,если } xy=0 \end{cases}$;

В19. $f(x,y)=\begin{cases} 2y & \text{,если } x=y \\ 0 & \text{,если } x\neq y \end{cases}$;

В20. $f(x,y)=\begin{cases} -\sqrt{1-4x^2-y^2} & \text{,если } 4x^2+y^2\leq 1 \\ 0 & \text{,если } 4x^2+y^2>1 \end{cases}$.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Индивидуальное задание №2

1. Изменить порядок интегрирования:

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\arccos y} f(x,\ y)dx$

2. $\int\limits_0^{2a} dx \int\limits_{x-a}^{3a-x} f(x,\ y)dy$

3. $\int\limits_1^{e} dx \int\limits_{\ln x}^{e^x} f(x,\ y)dy$

4. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\arcsin y} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 dx \int\limits_0^{2-y} f(x,\ y)dx$

5. $\int\limits_{-2}^1 dx \int\limits_{-2}^{x} f(x,\ y)dy + \int\limits_1^3 dx \int\limits_{2x-4}^{x} f(x,\ y)dy$

6. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{2y-y^2}}^{y} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 dy \int\limits_{-\sqrt{2y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,\ y)dx$

7. $\int\limits_0^2 dy \int\limits_{y^2}^{y+2} f(x,\ y)dx$

8. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_{-\sqrt{2-y-y^2}}^{\sqrt{2y-y^2}} f(x,\ y)dx + \int\limits_1^2 \int\limits_{-\sqrt{2-y}}^{\sqrt{2-y}} f(x,\ y)dx$

9. $\int\limits_0^a dx \int\limits_0^x f(x,\ y)dy,\ a > 0$

10. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{y+y^2} f(x,\ y)dy$

11. $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} dx \int\limits_{\cos x}^{\sin x} f(x,\ y)dy$

12. $\int\limits_1^3 dx \int\limits_x^{2x} f(x,\ y)dy$

13. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{2x^2-1} f(x,\ y)dy$

14. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} f(x,\ y)dy + \int\limits_1^4 dx \int\limits_{x-2}^{\sqrt{x}} f(x,\ y)dy$

15. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{2\sqrt{x}} f(x,\ y)dy$

16. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{2x^2-1} f(x,\ y)dy$

17. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,\ y)dy$

18. $\int\limits_{-1}^{2} dx \int\limits_{x^2-1}^{3+2x-x^2} f(x,\ y)dy$

2. Переходя к полярным координатам, вычислить интеграл:

В.1 $\iint\limits_{(D)} \cos(x^2+y^2)dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le a^2$;

В.2 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^2}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ax$;

В.3 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ay$;

В.4 $\iint\limits_{(D)} y^2\sqrt{R^2-x^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le R^2$;

В.5 $\iint\limits_{(D)} \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2-y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2 \le ax$;

В.6 $\iint\limits_{(D)} \sin(\sqrt{x^2+y^2})dxdy$, где $(D): \pi^2 \le x^2+y^2 \le 4\pi^2$;

В.7 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2-2x+y^2=0, x^2-4x+y^2=0$;

В.8 $\iint\limits_{(D)} (x+y)dxdy$, где $(D): x^2+y^2+2x=0, x \le 0, y \ge 0$;

В.9 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{x\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2+4y=0$;

В.10 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{16-x^2-y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x$;

В.11 $\iint\limits_{(D)} (x^4+2x^2y^2+y^2)dxdy$, где $(D): x^2+y^2=9, y=-\sqrt{3x}, y=-\frac{x}{\sqrt{3}}, x \le 0, y \ge 0$;

В.12 $\iint\limits_{(D)} \frac{y\sqrt{x}}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x, y \le 0$;

В.13 $\iint\limits_{(D)} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2x$;

В.14 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^4+2x^2y^2+y^4}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=36, y=\sqrt{3x}, y=\frac{x}{\sqrt{3}}, x \ge 0, y \ge 0$;

В.15 $\iint\limits_{(D)} \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{xy}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=25, x^2+y^2=16, x=y, x=0, y \ge 0$;

В.16 $\iint\limits_{(D)} \frac{2x-y}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=6x$;

В.17 $\iint\limits_{(D)} (x^2-4xy)dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, y=0, y=x, x \ge 0, y \ge 0$;

В.18 $\iint\limits_{(D)} e^{(x^2+y^2)}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2, x \ge 0, y \ge 0$;

В.19 $\iint\limits_{(D)} \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4x$;

В.20 $\iint\limits_{(D)} \frac{x+y}{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2-2x=0$;

В.21 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^2-xy+y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, x^2+y^2=9$;

В.22 $\iint\limits_{(D)} \frac{x^4+x^2y^2}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=4, x=y, y=\sqrt{3x}, x\geq 0, y\geq 0$;

В.23 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2-9}dxdy$, где $(D): x^2+y^2=9, x^2+y^2=25$;

В.24 $\iint\limits_{(D)}(x^2+y^2)dxdy$, где $(D): x^2+y^2=2x, x^2+y^2=9$;

В.25 $\iint\limits_{(D)} \frac{dxdy}{\sqrt{25-x^2-y^2}}$, где $(D): x^2+y^2=9, y=x, x=0, y=0$;

В.26 $\iint\limits_{(D)} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$, где $(D): x^2+y^2-4y=0, x\leq 0$;

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

В.1 $xy=\rho, xy=q, y^2=ax, y^2=bx$, где $(0<p<q, 0<a<b)$;

В.2 $xy=\rho, xy=q, y=ax, y=bx$, где $(0<p<q, 0<a<b)$;

В.3 $y=\frac{x^5}{a^4}, y=\frac{x^5}{b^4}, x=\frac{y^5}{c^4}, x=\frac{y^5}{d^4}$, где $(x>0, y>0, 0<a<b, 0<c<d)$;

В.4 $y=\frac{x^4}{a^3}, y=\frac{x^4}{b^3}, xy=c^2, xy=d^2$, где $(x>0, y>0, 0<a<b, 0<c<d)$;

В.5 $(x+2y-1)^2+(2x+y-2)^2=9$;

В.6 $(x-2y+3)^2+(3x+4y-1)^2=100$;

В.7 $x=2y, y=3x, 3x=2-y, x=4-2y$;

В.8 $x+y=a, x+y=b, y=\alpha x, y=\beta x, (0<a<b, 0<\alpha<\beta)$;

В.9 $xy=a^2, xy=b^2, x=py, x=qy, (x>0, b>a>0, q>p)$;

В.10 $y^2=ax, y^2=bx, x=py, x=qy, (0<a<b, 0<p<q)$;

В.11 $y^2=ax, y^2=bx, x^2=py, x^2=qy, (0<p<q, 0<a<b)$;

В.12 $xy=a^2, xy=b^2, x^2=py, x^2=qy, (0<p<q, 0<a<b)$;

В.13 $x^2=ay, x^2=by, x^3=py^2, x^3=qy^2, (0<a<b, 0<p<q)$;

В.14 $(x^2+y^2)^2=2ax^3$;

В.15 $(x^2+y^2)^3=a^2(x^4+y^4)$;

В.16 $(x^2+y^2)^3=4a^2x^2y^2$;

В.17 $(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2})^2=\frac{xy}{c^2}$;

В.18 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=x^2+y^2$;

В.19 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=\frac{x^2}{c^2}$;

В.20 $\left(\frac{x^4}{a^4}+\frac{y^4}{b^4}\right)=\frac{x^2y}{c^3}$;

В.21 $\left(x^2+y^2\right)^2=2a^2(x^2-y^2)$;

В.22 $\left(\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}\right)^2=x^2y$;

В.23 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$;

В.24 $\left(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}\right)^2=\frac{y^2}{c^2}$;

В.25 $(\frac{x}{a}+\frac{y}{b})^2=\frac{x}{a}-\frac{y}{b}, y=0$;

В.26 $\sqrt[4]{\frac{x}{a}}+\sqrt[4]{\frac{y}{b}}=1, x\geq 0, y\geq 0$;

4. Вычислить площадь поверхности:

В.1 $z^2=2xy, (0\leq x\leq a, 0\leq y\leq b)$;

В.2 $z=\sqrt{x^2+y^2}$, если $x^2+y^2\leq 2ax$;

В.3 $2z=x^2$, если $x\leq 2y\leq 4x, x\leq\sqrt{2}$;

В.4 $cz=xy$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq 2c^2xyz, \geq 0$;

В.5 $2az=x^2+y^2$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq a^2(x^2-y^2), x\geq 0$;

В.6 $2az=x^2+y^2$, если $x^2+y^2\leq a^2, y\leq x, x\geq 0, y\geq 0$;

В.7 $x^2+y^2+z^2=R^2$, если $x+y\leq R, x\geq 0, y\geq 0$;

В.8 $x^2+y^2+z^2=R^2$, если $\left(x^2+y^2\right)^2\leq R^2(y^2-x^2)$;

В.9 $z^2=x^2+a^2$, если $y^2(2x^2+a^2)\leq a^2x^2, 0\leq x\leq a$;

В.10 $y^2+z^2=2ax$, если $y^2\leq ax\leq a^2$;

В.11 $z=\sqrt{x^2+y^2}$, если $x^2+y^2\leq 2x$;

В.12 $x^2+y^2+z^2=a^2$, если $y^2\geq a(z+x)$;

В.13 $x^2+y^2=2ax$, если $z^2\leq x^2+y^2$;

В.14 $y^2+x^2=2ax$, если $0\leq az\leq x^2+y^2$;

В.15 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2-y^2\leq a^2, |y|<b$;

В.16 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2-y^2\leq a^2$;

В.17 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2\leq ay$;

В.18 $x^2+z^2=2ax$, если $y^2\leq 2px$;

В.19 $x=u\cos v, y=u\sin v, z=4v$, если $z\geq 0, x^2+y^2\leq 9$;

В.20 $x^{2/3}+z^{2/3}=a^{2/3}$, если $y^{2/3}+x^{2/3}\le a^{2/3}$;

В.21 $x^{2/3}+z^{2/3}=a^{2/3}$, если $y^2\le 2px$;

В.22 $x^2+z^2=2ax$, если $y^2\le 2px$;

В.23 $x^2=y^2+z^2$, если $x^2\le ay$;

В.24 $x=(a+b\cos v)\cos u, y=(a+b\cos v)\sin u, z=b\sin v$, если $0\le v\le u, 0\le u\le \frac{\pi}{2}, a>b$;

В.25 $x=a\cos^3 u\cos\varphi, y=a\cos^3 u\sin\varphi, z=a\sin^3 u$, если $0\le u\le\frac{\pi}{2}, 0\le\varphi\le\pi\cos u$;

В.26 $x=3u+3uv^2-u^3, y=v^3-3v-3u^2v, z=3(u^2-v^2)$, если $0\le v\le 1, 0\le u\le v$;

5. Задача на приложения двойного интеграла.

В.1 Найти массу круглой пластинки радиусом R, если плотность этой пластинки в каждой точке пропорциональна расстоянию от этой точки до центра пластинки и равна ρ_0 на краю пластинки.

В.2 Плоское кольцо ограничено двумя концентрическими окружностями, радиусы которых равны соответственно 1 и 3. Зная, что плотность материала пропорциональна расстоянию от центра окружностей, найти массу кольца, если плотность на окружности внутреннего круга равна единице.

В.3 Найти массу пластинки, имеющей форму кольца, радиусы внутренней и внешней окружности которого равны соответственно r и R, если плотность пластинки в каждой точке обратно пропорциональны расстоянию от этой точки до центра кольца.

В.4 Найти массу квадратной пластинки со стороной a, если плотность материала пластинки в каждой точке пропорциональны квадрату расстояния от этой точки до одной из вершин квадрата и равна ρ_0 в центре квадрата.

В.5 Найти статический момент однородного прямоугольника плотности ρ со сторонами a и b соответственно, относительно его сторон.

В.6 Найти статический момент однородной пластинки плотности ρ, занимающей область, ограниченную одной аркой цилиндра$x=a(t-\sin t), y=a(t-\cos t)$; и отрезком прямой $y=0$ относительно оси OX.

В.7 Найти статические моменты относительно осей координат сегмента эллипса $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ограниченной прямой $bx+ay=ab, x\ge 0$;

В.8 Вычислить момент инерции однородного круга массой M и радиусом R относительно точки на его окружности.

В.9 Вычислить момент инерции однородной пластинки $x^2+y^2=R^2$ массой M относительно прямой, проходящей через центр круга и лежащей в его плоскости.

В.10 Вычислить момент инерции однородной пластины $x^2+y^2=R^2$ массой M относительно касательной к окружности этого круга.

B.11 Вычислить момент инерции однородной пластины $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ относительно большой и малых осей, если её масса равна М.

B.12 Вычислить момент инерции однородной пластины $y = \sin x, 0 \leq x \leq \pi, y = 0$ массой М относительно прямой $y = 1$;

B.13 Вычислить момент инерции однородной пластины,ограниченной линиями $ay = x^2, x + y = 2a$ массой М относительно каждой из осей координат.

B.14 Вычислить момент инерции однородной пластины,ограниченной линиями $x^=2py, y^2 = 2px$ массой М относительно каждой из осей координат.

B.15 Вычислить момент инерции однородной пластины $r = a(1 + \cos\varphi)$ массой М относительно полярной оси.

B.16 Вычислить момент инерции однородной пластинки $r^2 = a^2 \cos 2\varphi$ массой М относительно полярной оси.

B.17 Вычислить момент инерции однородной пластинки $xy = 4, xy = 8, x = 2y, x = y (y > 0)$ массой М относительно оси OY.

B.18 Найти момент инерции относительно начала координат однородной пластины плотностью ρ занимающей область ограниченную линиями $x^2+y^2 = 9, x+y = 0, x - y = 0 (x \geq 0)$;

B.19 Найти координаты центра тяжести однородной пластинки, занимающей область, ограниченную линиями $y = x, y = -x, x = 1$,если плотность пластинки в каждой её точке численно равна расстоянию от этой точки до начала координат.

Найти координаты центра масс однородной пластинки плотности ρ, ограниченной линиями:

B.20 $y = x^2, y = 3x^2, y = 3x$;

B.21 $y = 2x - 1, y^2 = x, y = 0$;

B.22 $y = 4 - x^2, y + 2x = 4$;

B.23 $y = \sqrt{2x - x^2}, y = 0$;

B.24 $y = 4x + 4, y^2 = 4 - 2x$;

B.25 $(\frac{x}{a})^2 + (\frac{y}{b})^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0$;

B.26 $r = 9\cos\varphi, r = 4\cos\varphi$;

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;	"Отлично"
- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;	"Удовлетворительно"
- решено менее 65% заданий работы; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	Неудовлетворительно.

Оценочное средство

Коллоквиум №1

1. Дифференцируемость функций $R^n \to R^m$. Дифференциал.
2. Частные производные. Критерий дифференцируемости функций.
3. Приближённые вычисления с помощью дифференциала.
4. Геометрический смысл частных производных. Производные по направлению и градиент. Уравнение нормали и касательной плоскости к графику функций нескольких переменных.
5. Смешанные производные. Теорема о равенстве смешанных производных.
6. Теорема о конечных приращениях. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Применение к приближенным вычислениям.
7. Дифференцируемость композиции функций. Инвариантность первого дифференциала. Неинвариантность второго дифференциала и формулы для производных высших порядков сложной функции.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Коллоквиум №2

1. Мера Жордана, измеримые по Жордану множества
2. Критерий измеримости
3. Свойства измеримых множеств
4. Понятие кратного интеграла
5. Суммы Дарбу. Критерий существования интеграла
6. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла
7. Критерий существования двойного интеграла
8. Свойства двойного интеграла
9. Сведение двойного интеграла к повторному
10. Замена переменной в двойном интеграле
11. Приложения двойного интеграла

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
Студент может ответить на не менее, чем 80% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, не используя лекционную тетрадь.	"Отлично"
Студент может ответить на не менее, чем 70% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем, может привести план доказательства основных утверждений и теорем, используя лекционную тетрадь.	"Хорошо"
Студент может ответить на не менее, чем 60% вопросов коллоквиума, знает формулировки основных утверждений и теорем.	"Удовлетворительно"
Студент может ответить на менее, чем 60% вопросов коллоквиума.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №1

Вариант 1

1. Дана функция $z = \dfrac{y}{(x^2-y^2)^5}$. Показать, что $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial z}{\partial x} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial z}{\partial y} = \dfrac{z}{y^2}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке В, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + xy + y^2$; A(1;2); B(1,01; 1,96).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 - 3x^2 + 6xy - 3y^2 + 3x - 6y; D : x \le 1, y \le 0, x + y + 9 \ge 0.$

Вариант 2

1. Дана функция $z = \dfrac{y^2}{3x} + \arcsin xy$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial z}{\partial x} - xy\dfrac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке В, используя понятие дифференциала: $z = 3x^2 - xy + x = y$; A(1;3); B(1,06; 2,92).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 + 6xy + 12x + 12y + y^3; D : x \ge -4, y \le 0, x - y \ge 0.$

Вариант 3

1. Дана функция $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$. Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции z=f(x,y) в точке В, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 3xy - 6y$; A(4;1); B(3,96; 1,03).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6x^2 + 6xy - 3y^2 + 12x + 12y; D : x + 2 \ge 0, y \le 0, x + y + 12 \ge 0.$

Вариант 4

1. Дана функция $z = e^{xy}$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xy = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке В, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 6x + 3y - y^2$; A(2;3); B(2,02; 2,97)

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 + 6xy + 6y^2 + 12x + 12y + y^3; D : x \le 0, y \ge -2, x - y + 8 \ge 0.$

Вариант 5

1. Дана функция $z = \ln(x + e^{-y})$. Показать, что $\dfrac{\partial z}{\partial x}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial z}{\partial y}\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке В, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 2xy + 3y^2$; A(2;1); B(1,96; 1,04)

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6xy - 3y^2 + 12x - 12y; D : x \ge 0; y + 4 \ge 0; x + y \le 0.$

Вариант 6

1. Дана функция $z = \dfrac{x}{y}$. Показать, что $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \dfrac{\partial z}{\partial y} = 0$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке В, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 2x + y + y^2 - 1$; A(2;4); B(1,98; 3,91).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = 3x^2 - 6xy + 6y^2 + 12x - 12y - y^3; D : x \leq 0; y \leq 2; x + y + 8 \geq 0.$

Вариант 7

1. Дана функция $z = x^y$. Показать, что $y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y\ln x)\dfrac{\partial z}{\partial x}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = 3x^2 - xy + 2y^2$; A(-1;3); B(-0,98; 2,97)

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = y^3 - 3x^2 + 6xy + 6y - 6x; D : x + 3 \geq 0; y \geq 0; x + y \leq 1.$

Вариант 8

1. Дана функция $z = xe^{\frac{y}{x}}$. Показать, что $x^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = x^2 + 5x + 4y - y^2$; A(3;3); B(3,02; 2,98).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 6xy + 3y^2 + 6x + 6y; D : x \leq 0; y + 3 \geq 0; x - y + 1 \geq 0.$

Вариант 9

1. Дана функция $z = \sin(x + ay)$. Показать, что $\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = 2xy + 3y^2 - 5x$; A(3;4); B(3,04; 3,95).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = y^3 - 3x^2 + 6xy + 3y^2 + 6x + 3y; D : x \leq 0; y + 1 \leq 0; x + y + 11 \geq 0.$

Вариант 10

1. Дана функция $z = \cos y + (y - x)\sin y$. Показать, что $(x - y)\dfrac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \dfrac{\partial z}{\partial y}$.

2. Вычислить приближенное значение функции $z = f(x,y)$ в точке B, используя понятие дифференциала: $z = xy + 2y^2 - 2x$; A(1;2); B(0,97; 2,03).

3. Исследовать функцию $z = f(x,y)$ на экстремум, а в указанной области D найти ее наименьшее и наибольшее значения:

$z = x^3 + 3x^2 - 6xy - 3y^2 + 3x - 6y; D : x + 1 \leq 0; y \geq 0; x - y + 11 \geq 0.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №2

Контрольная работа №2.1

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - треугольник с вершинами в точках $(2;2)$; $(-2;2)$; $(0;0)$.
2. (P) ограничена линией $x^2+y^2=25$.
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_x^1 (x+y)dy.$
2. $\int\limits_0^\pi dx \int\limits_0^{1+\cos x} (x+y)dy.$

Контрольная работа №2.2.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - треугольник с вершинами в точках $(0;2)$; $(1;1)$; $(0;0)$.
2. (P) ограничена линиями $y=3x^2; y=3$.
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^a r^2\sin^2\varphi dr.$
2. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_{x^2}^x xy^2 dy.$

Контрольная работа №2.3.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) - четырехугольник с вершинами в точках $(0;0)$; $(1;0)$; $(1,1)$; $(2,1)$.
2. (P) ограничена линией $x^2-4x+y^2=0$.
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} dy \int\limits_0^{3\cos y} dx.$
2. $\int\limits_3^4 dx \int\limits_1^2 \frac{dy}{(x+y)^2}dy.$

Контрольная работа №2.4.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:
1. (P) ограничена линиями $y = x^2; y = -x^2 + 2$
2. (P) ограничена линиями $x = 0; y = 0; x + y = 3.$
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{1}^{2} dx \int\limits_{\frac{1}{x}}^{x} \frac{x^2}{y^2} dy.$
2. $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{2}} dx \int\limits_{\cos x}^{1} dy.$

Контрольная работа №2.5.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:
1. $\int\limits_{-1}^{0} dx \int\limits_{x+1}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy.$
2. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{x}^{2-x^2} f(x,y)dy.$
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{-3}^{3} dy \int\limits_{y^2-4}^{5} ydx.$
2. $\int\limits_{0}^{2\pi} d\varphi \int\limits_{a\sin\varphi}^{a} rdr.$

Контрольная работа №2.6.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:
1. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{\sqrt{2x-x^2}}^{2} f(x,y)dy.$
2. $\int\limits_{1}^{2} dy \int\limits_{\frac{1}{y}}^{y} f(x,y)dx.$
II. Вычислить интегралы:
1. $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int\limits_{0}^{3\sin\varphi} dr.$
2. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{-x}^{2x} xydy.$

Контрольная работа №2.7.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{-2}^{1} dy \int\limits_{y^2}^{4} f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_{0}^{4} dx \int\limits_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dx.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} (x-y)dxdy,$ если область$(P): y=0; y=x; x+y=2.$

2. $\int\limits_{(D)} x^3y^2dxdy,$ если область$(D): x^2+y^2 \le 9.$

Контрольная работа №2.8.

I. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами:

1. (P) ограничена линиями $x=2; y=x; x=2y$

2. (P) ограничена линиями $2y=x^2; y=x.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(D)} y^2\sin x dxdy,$ если область$(D): x=0; x=\pi; y=1+\cos x; y=0.$

2. $\int\limits_{(D)} x\sin(x+y)dxdy,$ если область$(D): 0 \le x \le \pi; 0 \le y \le \dfrac{\pi}{2}.$

Контрольная работа №2.9.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_{-3}^{0} dx \int\limits_{-x}^{3} f(x,y)dy + \int\limits_{0}^{3} dx \int\limits_{x}^{3} f(x,y)dy.$

2. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{0}^{1-x^2} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(D)} xydxdy,$ если область$(D): y=x^2; y^2=x.$

2. $\int\limits_{(D)} \cos(x+y)dxdy,$ если область$(D): x=0; y=\pi; y=x.$

Контрольная работа №2.10.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_y^{2-y} f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_{2x}^{6-x} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{\ln y} e^x dx.$

2. $\int\limits_2^4 dx \int\limits_x^{2x} \dfrac{y}{x} dy.$

Контрольная работа №2.11.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_0^1 dy \int\limits_y^{2-y} f(x,y)dx.$

2. $\int\limits_0^4 dx \int\limits_{\frac{x}{2}}^{\sqrt{x}} f(x,y)dy.$

II. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} (x-y)dxdy,$ если область$(P): y=0; y=x; 2-x=y.$

2. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{1-x^2-y^2}dy.$

Контрольная работа №2.12.

I. Изменить порядок интегрирования в интегралах:

1. $\int\limits_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int\limits_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int\limits_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int\limits_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx.$

II. Задать площадь области (P) повторным интегралом двумя способами, если (P) ограничена линиями $x=-3; y=0; y=x$ III. Вычислить интегралы:

1. $\int\limits_{(P)} dxdy,$ если область$(P): 2-x=y; y^2=4x+4.$

2. $\int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{\ln y} e^x dx.$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Контрольная работа №3

Контрольная работа №3.1

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K \frac{dS}{x-y}$, где K - отрезок прямой от $A(0,0)$ до $B(4,3)$.

2. $\int\limits_K 2xydx + x^2dy$, где $K : y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq x \leq 2$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{1-x} dy \int\limits_0^{1-x-y} xyzdz.$

Контрольная работа №3.2.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K (x-y)dS$, где K - отрезок прямой от $A(0,0$ до $B(5,7)$.

2. $\int\limits_K xdy$, если K - контур треугольника, образованного осями координат и прямой $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ в положительном направлении обхода по контуру.

3. $\int\limits_{-1}^1 dx \int\limits_{x^2}^1 dy \int\limits_0^y xy\sqrt{z}dz.$

Контрольная работа №3.3.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K xydS$, где K - контур прямоугольника с вершинами $A(1,1); B(5,1); C(5,3); D(1,3)$.

2. $\int\limits_K xdy$, если K - отрезок прямой, проходящей через точки $A(1,3)$ и $B(4,2)$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{\sqrt{2x}} dy \int\limits_{2-x}^{2(y-x)} ydz.$

Контрольная работа №3.4.

I. Вычислить криволинейные интегралы:

1. $\int\limits_K (x^2-y)dS$, если K - отрезок прямой от $A(-1,3)$ до $B(4,6)$.

2. $\int\limits_K x^2ydy - y^2xdx$, если K - треугольник $ABCA$ с вершинами $A(0,0); B(4,0); C(2,2)$.

II. Вычислить тройной интеграл

3. $\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{3x} dy \int\limits_0^{\sqrt{xy}} zdz.$

Контрольная работа №3.5.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (4x+3y)dS$, где K - отрезок прямой от $A(0,0)$ до $B(5,8)$.
2. $\int\limits_K (xy-y^2)dx+xdy$, если $K: y=2\sqrt{x}, 0\le x\le 2$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{-1}^{1} dy \int\limits_{0}^{4-x^2-y^2} dz.$

Контрольная работа №3.6.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K \dfrac{dS}{x-y}$, где K - отрезок прямой от $A(0,-2)$ до $B(4,0)$.
2. $\int\limits_K \cos y dx - \sin y dy$, если $K: y=-x-2\le x\le 2$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{x^2}^{1} dy \int\limits_{0}^{2} (4+z)dz.$

Контрольная работа №3.7.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2+y^2)xdS$, где K - окружность $x^2+y^2=4$.
2. $\int\limits_K (x^2+2xy)dx+(y^2-2xy)dy$, где K - дуга параболы $y=x^2$ от точки $A(-1,1)$ до точки $B(1,1)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{0}^{a} dy \int\limits_{0}^{b} dy \int\limits_{0}^{a-y} ydz$

Контрольная работа №3.8.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K x^2y^2xdS$, где K - контур $ABCA$ треугольника с вершинами $A(0,0); B(3,0); C(0,2)$.
2. $\int\limits_K (xdy+xydx$, где K - отрезок прямой $x+y=2$ от точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{0}^{1} dx \int\limits_{0}^{\sqrt{x}} dy \int\limits_{1-x}^{2-2x} dz$

Контрольная работа №3.9.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2 + y)dS$, где K - контур $ABCDA$ с вершинами $A(0,0); B(3,0); C(3,7); D(0,7)$.
2. $\int\limits_K x^2dy + y^2dx$, если K - отрезок прямой $2x + 3y = 6$ от точки $A(0,2)$ до точки $B(3,0)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-1}^{1} dx \int\limits_{2}^{x-1} dy \int\limits_{1}^{1+x+y} dz$

Контрольная работа №3.10.

I. Вычислить криволинейные интегралы:
1. $\int\limits_K (x^2 + 2y)dS$, где K - контур $ABCA$ с вершинами $A(0,0); B(4,0); C(0,4)$.
2. $\int\limits_K (x - y)dy + (x + y)dx$, если K - отрезок прямой $x - y = 3$ от точки $A(0,-3)$ до точки $B(3,0)$.
II. Вычислить тройной интеграл
3. $\int\limits_{-2}^{1} dx \int\limits_{x}^{x^2} dy \int\limits_{0}^{x^2+y^2} zdz$

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- все задания контрольной работы решены верно и полностью; - студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение; - студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.	"Отлично"
- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе; - студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой; - студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.	"Хорошо"
- решены не менее 60% всех задач в контрольной работе; - студент знает и понимает методы и приемы решения заданий; - студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий.	"Удовлетворительно"
- количество верно решенных задач – менее 60%; - студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов; - студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.	"Неудовлетворительно"

Оценочное средство

Вопросы к экзамену

1) Функции двух переменных.
2) Области на плоскости.
3) Геометрическое изображение функций двух переменных.
4) Линии уровня.
5) Предел и непрерывность функций двух переменных.
6) Свойства непрерывных функций.
7) Частные производные.
8) Геометрический смысл частных производных.
9) Производная по направлению.
10) Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
11) Дифференцируемость функции. Полный дифференциал.
12) Дифференцирование сложной функции.
13) Полное приращение функции. Дифференциал и дифференцируемость функции.
14) Геометрическая интерпретация производной и дифференциала функции для случая функции двух переменных.
15) Дифференцирование сложной функции.
16) Производная по направлению. Градиент.
17) Инвариантность формы первого дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.
18) Производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.
19) Производные высших порядков от сложной функции.
20) Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложных функций. Формула Тейлора.
21) Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные условия.
22) Наибольшее и наименьшее значения функции.
23) Относительные экстремумы. Метод Лагранжа.
24) Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.
25) Определение двойного интеграла, его свойства.
26) Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.
27) Замена переменной в двойном интеграле.
28) Двойной интеграл в полярных координатах.
29) Приложения двойного интеграла.
30) Замена переменных в тройном интеграле.
31) Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
32) Приложения тройного интеграла.
33) Задача о работе плоского силового поля. Определение криволинейного интеграла I рода.
34) Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла II рода.

Критерии оценки:

Критерии	Оценка
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.	"Отлично"
- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Хорошо"
- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению; - студент знает формулировки всех утверждений и теорем; - студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.	"Удовлетворительно"
- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них; - студент не знает формулировки основных утверждений и теорем; - студент не может изложить ответ на заданные вопросы.	"Неудовлетворительно"

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 1

1. Функции двух переменных.
2. Основные свойства и вычисление криволинейного интеграла II рода.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 2

1. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение полного дифференциала в приближенных вычислениях.

2. Задача о работе плоского силового поля. Определение криволинейного интеграла I рода.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 3

1. Области на плоскости.
2. Приложения тройного интеграла.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 4

1. Дифференцируемость функции. Полный дифференциал
2. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 5

1. Геометрическое изображение функций двух переменных.
2. Наибольшее и наименьшее значения функции

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 6

1. Частные производные.
2. Производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 7

1. Производная по направлению. Градиент
2. Замена переменных в тройном интеграле.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 8

1. Линии уровня.
2. Производные высших порядков от сложной функции.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 9

1. Производная по направлению.
2. Вычисление двойного интеграла повторным интегрированием.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 10

1. Свойства непрерывных функций.
2. Замена переменной в двойном интеграле.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 11

1. Геометрический смысл частных производных.
2. Определение двойного интеграла, его свойства.

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ___ >> ____________20___г.
Протокол №__________________
Зав. кафедрой____________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 12

1. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
2. Дифференциалы высших порядков. Дифференциалы сложных функций. Формула Тейлора

Подпись экзаменатора ________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 13

1. Дифференцирование сложной функции.
2. Приложения двойного интеграла

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №____________________
Зав. кафедрой______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 14

1. Полное приращение функции. Дифференциал и дифференцируемость функции

2. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимые условия. Достаточные условия.

Подпись экзаменатора ____________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 15

1. Геометрическая интерпретация производной и дифференциала функции для случая функции двух переменных
2. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла.

Подпись экзаменатора ______________________

УТВЕРЖДЕНО
на заседании кафедры
<< ____ >> ______________20____г.
Протокол №______________________
Зав. кафедрой_______________

Горно-Алтайский
государственный университет

Дисциплина: Математический анализ
Кафедра: математики, физики и информатики
Институт: ФМИТИ

Экзаменационный билет № 16

1. Дифференцирование сложной функции.
2. Двойной интеграл в полярных координатах.

Подпись экзаменатора ______________________